GRUPO DOCENTE PERÚ

SOLUCIONARIO

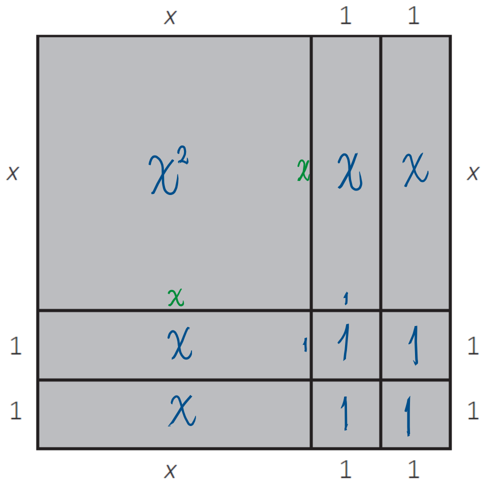
MATEMÁTICA

PREPARACIÓN

EXAMEN DE ASCENSO 2023

Tema: Geometría plana

1. Durante el desarrollo de una actividad, un docente entregó a los estudiantes 9 piezas de un rompecabezas y les pidió que armaran un cuadrado. Una vez realizado, él asignó las medidas de los lados de las piezas como se aprecia en la siguiente figura:



1º $A_T = x^2 + 4x + 4$

2º Lado: $x+2 \longrightarrow A_{\square} = (x+2)^2$

3º Establece la igualdad:

$$(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$$

Luego, el docente les solicitó a los estudiantes lo siguiente:

- Calculen las áreas de cada una de las piezas y súmenlas para determinar la expresión que representa el área total de la figura formada.
- Determinen la medida del lado del cuadrado formado y con este valor expresen el área de dicho cuadrado.
- Respondan: ¿Qué se puede afirmar de ambas expresiones?

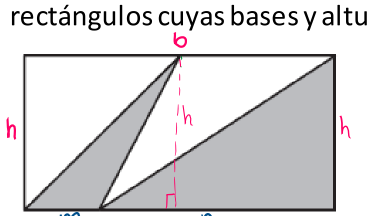
¿Cuál es el propósito principal de la actividad?

a) Que los estudiantes resuelvan operaciones multiplicativas con expresiones algebraicas.

b) Que los estudiantes establezcan relaciones entre las distintas expresiones algebraicas del área de una figura geométrica.

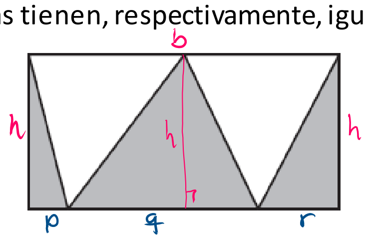
c) Que los estudiantes desarrollen su habilidad de visualización geométrica estableciendo relaciones entre las partes y el todo.

2. Luis y Carmen realizan diseños para tejidos. A continuación, se presentan dos de estos diseños realizados en rectángulos cuyas bases y alturas tienen, respectivamente, iguales medidas.



Diseño de Luis

$m + n = b$



Diseño de Carmen

$p + q + r = b$

D. de Luis:

$$A_G = \frac{mh}{2} + \frac{nh}{2} = \frac{mh + nh}{2} = \frac{(m+n)h}{2}$$

$$A_G = \frac{bh}{2}$$

D. de Carmen

$$A_G = \frac{ph}{2} + \frac{qh}{2} + \frac{rh}{2} = \frac{ph + qh + rh}{2} = \frac{(p+q+r)h}{2}$$

$$A_G = \frac{bh}{2}$$

Respecto de la superficie de color gris en cada diseño, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) Se necesita conocer las medidas de las bases de los triángulos de color gris en ambos diseños para realizar comparaciones entre sus áreas.

b) El diseño de Carmen tiene mayor medida de la superficie de color gris que el diseño de Luis, ya que su diseño presenta una región triangular gris más.

c) Ambos diseños tienen la misma medida de la superficie de color gris, ya que es suficiente saber que ambos rectángulos son de las mismas dimensiones.

3. Jorge proyecta construir un corral de forma rectangular para la crianza de aves. Así, en cierto momento, Jorge considera que los lados del corral midan 10 m y 6 m, respectivamente, el perímetro sea 32 m y que el área del corral sea 60 m².

Al explorar otras opciones basadas en variar las dimensiones del corral, ¿cuál de las siguientes alternativas es **necesariamente** correcta?

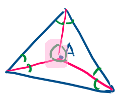
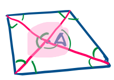
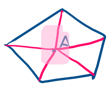
a) El área del corral aumentará si se aumenta su perímetro.
b) El perímetro del corral puede cambiar así se mantenga invariable el área.
c) El área del corral se mantendrá constante siempre y cuando su perímetro no cambie.

Analizamos algunos casos para concluir en cuál alternativa es necesariamente correcta.

	Largo	Ancho	Perímetro	Área
	10	6	32 u	60 u²
Otras opciones	12	5	34 u	60 u² → No cumple A.
	20	3	46 u	60 u²
	15	1	32 u →	15 u² → No cumple C.

4. Un docente propuso a los estudiantes desarrollar las siguientes acciones:

1° Graficar 3 polígonos convexos cuya cantidad de lados sean, respectivamente, números consecutivos.
2° Colocar un punto A en el interior de cada polígono
3° Trazar segmentos desde el punto A hacia cada vértice del respectivo polígono
4° Relacionar la cantidad de lados del polígono y la cantidad de triángulos que se forman al interior de dicho polígono, luego de trazar los segmentos
5° En cada uno de los tres polígonos, calcular la suma de las medidas de los ángulos internos de todos los triángulos ubicados en su región interior
6° A partir de la suma obtenida en cada uno de los tres polígonos, generalizar al caso de la suma de las medidas de todos los ángulos internos de los triángulos que se forman al interior de un polígono convexo que tiene n lados

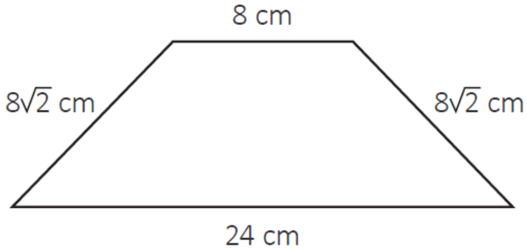
Gráfico:	Nº lados	Nº triángulos interiores.	Suma de ángulos de todos los Δ en cada polígono	Suma de ángulos interiores de un polígono:
	3	3	$3(180°)$	$3(180°) - 360°$
	4	4	$4(180°)$	$4(180°) - 360°$
	5	5	$5(180°)$	$5(180°) - 360°$
	⋮	⋮	⋮	⋮
?	n	n	$n(180°)$	$n(180°) - 360°$

Suma de ∢ int. de un polígono convexo $= 180°(n-2)$

Un grupo de estudiantes desarrolló todas las acciones propuestas. Para que ellos logren obtener la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono convexo de n lados, ¿cuál de las siguientes acciones les faltaría realizar?

a) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y el producto de la medida de un ángulo con vértice en A multiplicado por la cantidad de lados del polígono convexo inicial. Esto se cumpliría solo para polígonos regulares
b) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y la suma de las medidas de los ángulos externos de los n triángulos que se formaron.
c) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y la suma de las medidas de los ángulos que tienen como vértice el punto A.

5. Durante una sesión de aprendizaje, un docente solicitó a los estudiantes de tercer grado determinar el perímetro de un trapecio. A continuación, se presenta parte de la resolución de una estudiante.



$P = 24\text{ cm} + 8\text{ cm} + 8\sqrt{2}\text{ cm} + 8\sqrt{2}\text{ cm} = 48\sqrt{2}\text{ cm}$

Respuesta: El perímetro de la figura es $48\sqrt{2}$ cm.

Con relación a las operaciones realizadas, ¿cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurrió la estudiante?

a) Considerar a todos los sumandos como números irracionales con la misma parte radical.
b) Considerar que para hallar el resultado se suman, por un lado, los coeficientes enteros y, por otro, los radicales. $48 + 2\sqrt{2}$ Error no cometido.
c) Considerar que algunas longitudes, que participan como sumandos, pueden ser expresadas como números irracionales.

6. Un docente busca que los estudiantes de segundo grado afiancen su comprensión de los sólidos geométricos. Para ello, les plantea la siguiente tarea:

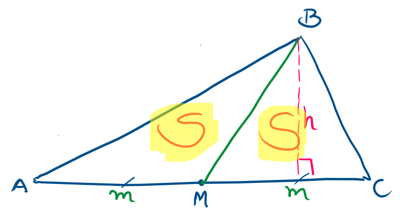
Propongan un problema en el que intervenga el área total de un prisma rectangular recto.

Tres estudiantes presentaron sus propuestas. ¿Cuál de las siguientes propuestas se ajusta a la tarea planteada?

a) Un ladrillo compacto tiene dimensiones de 8 cm, 12 cm y 24 cm. Determina la cantidad de espacio que ocupa dicho ladrillo. Pide calcular volumen
b) Dada una caja de zapatos de dimensiones 11 cm, 17 cm y 30 cm, determina cuántos centímetros cuadrados de papel se utilizará como mínimo para forrarla por completo. Área total
c) El largo, ancho y alto de una habitación es 5 m, 4 m y 2 m, respectivamente. Si se deben pintar las paredes de esta habitación, determina la cantidad de metros cuadrados que se tendrá que pintar. Área lateral.

7. Con el propósito de promover la comprensión de las líneas notables de un triángulo, un docente propone a los estudiantes de tercer grado la siguiente tarea:

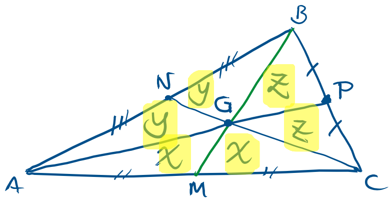
Un agricultor quiere repartir su terreno de forma triangular en seis sectores de igual área para cultivar distintas hortalizas.
Explica, haciendo uso de líneas notables, el procedimiento que debe seguir el agricultor para delimitar los seis sectores de su terreno.



Altura ✗
Mediatriz ✗
bisectriz ✗
Mediana ✓

$S_{\Delta ABM} = \frac{mh}{2}$

$S_{\Delta MBC} = \frac{mh}{2}$



$2y + x = x + 2z$ | $2y + z = 2x + z$

$y = z$ | $y = x$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{x = y = z}$

¿Por qué la tarea propuesta por el docente es de alta demanda cognitiva?

Aplicación (Baja demanda cognitiva)

a) Porque requiere utilizar varios objetos matemáticos, como el de líneas notables de un triángulo o como la superficie de un terreno triangular.

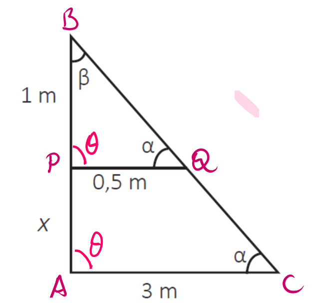
Alta demanda cognitiva

b) Porque requiere analizar las propiedades de las líneas notables de un triángulo y vincular dichas propiedades con las condiciones dadas en la situación.

Comparar

c) Porque requiere relacionar la cantidad de los sectores de igual área que se obtendrán al trazar líneas notables de un triángulo, con la forma de dichos sectores.

8. Durante una sesión de aprendizaje los estudiantes resuelven problemas que involucran la semejanza de triángulos. A continuación, se muestra una parte de la resolución que realizó una estudiante.



Los triángulos tienen los mismos ángulos, entonces son semejantes. ✓

$\Delta BPQ \sim \Delta ABC$

$\frac{\text{lado frente a } \alpha}{\text{lado frente a } \beta} = \frac{\text{lado frente a } \alpha}{\text{lado frente a } \beta}$ ✓

$\frac{1}{0{,}5} = \frac{x}{3}$?

$\frac{(1)\,(3)}{0{,}5} = x$

$6 = x$

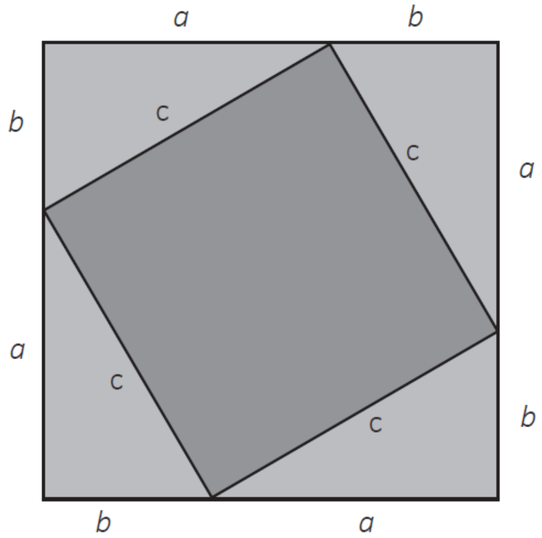
La docente nota que la resolución de la estudiante tiene aciertos y errores en relación con la comprensión de semejanza de triángulos. ¿Qué logro de aprendizaje se evidencia en dicha resolución?

a) Determina la relación de proporcionalidad que permite determinar el valor desconocido. Se equivocó.

b) Establece la semejanza de los dos triángulos rectángulos a partir de la proporcionalidad de sus lados.

c) Identifica la congruencia de los ángulos de los dos triángulos y deduce que hay semejanza de triángulos.

9. Con el propósito de que los estudiantes de tercer grado profundicen su comprensión del teorema de Pitágoras, una docente les entregó 5 piezas de un rompecabezas y les pidió que armaran un cuadrado. Una vez logrado, ella asignó las medidas de los lados de las piezas que se aprecian en la siguiente figura:



Área del cuadrado = Suma de partes

$$(a+b)^2 = 4\left(\frac{ab}{2}\right) + c^2$$

$$a^2 + \cancel{2ab} + b^2 = \cancel{2ab} + c^2$$

$$\boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

Luego, les solicitó relacionar el área del cuadrado formado y la suma de las áreas de las cinco piezas. Al respecto, un estudiante llegó a establecer la siguiente igualdad:

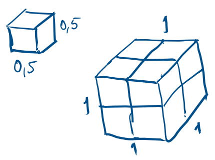
$$(a+b)^2 = 4\times\frac{ab}{2}+c^2$$

Entre las siguientes alternativas, ¿cuál expresa el **error** en el que incurre el estudiante?

a) Asumió que el área de un cuadrado es igual a la medida de su lado.
b) Omitió el desarrollo del binomio al cuadrado, que es un producto notable.
c) En la igualdad, no consideró las figuras que representan a los cuadrados.

10. Una docente tiene como propósito que los estudiantes de primer grado desarrollen aprendizajes que involucran el volumen de un prisma. En este marco, propone que los estudiantes formen grupos y les entrega una caja con cubitos del mismo tamaño. Luego, les plantea la siguiente tarea:

Los cubitos tienen aristas de 0,5 u de longitud. Construyan un prisma que tenga 10 u^3 de volumen.



$1\ u^3$ (8 cubitos) ——— 80 cubitos

¿Por qué esta tarea es de **alta** demanda cognitiva?

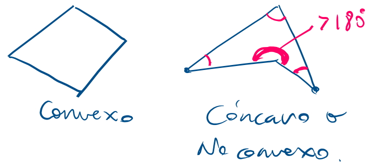
a) Porque requiere efectuar operaciones de potenciación y división con números racionales.
b) Porque requiere manipular con destreza a una cantidad numerosa de cubitos para construir el prisma indicado.
c) Porque requiere relacionar la medida de la arista de cada cubito y la cantidad de cubitos que conforman el volumen del prisma.

Análisis.

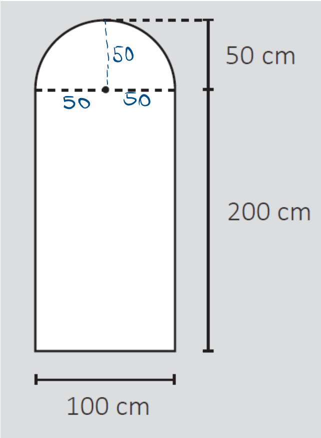
11. Un docente planifica una sesión de aprendizaje cuyo propósito es que los estudiantes clasifiquen los polígonos. Para ello, cuenta con amplia variedad de imágenes de polígonos convexos.

Si el docente busca que los estudiantes realicen una clasificación según su convexidad, ¿qué polígonos debe considerar adicionalmente?

a) Polígonos cuya región interior contiene a todas sus diagonales.
b) Polígonos donde todos sus ángulos interiores son de igual medida.
c) Polígonos que tienen por lo menos un ángulo interno mayor que 180°.



12. Cecilia desea que un ebanista realice el acabado artístico de la cara exterior de una puerta de madera. Ante la solicitud de un presupuesto para esta obra, el ebanista toma las medidas correspondientes para calcular el área de dicha cara. A continuación, se muestran las medidas correspondientes:



$$A_T = \frac{1}{2}\pi(50^2) + 100 \times 200$$

$$= \frac{1}{2}(3{,}14)2500 + 20000$$

$$= 23925 \ cm^2$$

¿Cuál es, aproximadamente, el área de la cara exterior de la puerta (utilizar $\pi = 3{,}14$)?
a) 23 925 cm^2
b) 27 850 cm^2
c) 35 700 cm^2