GRUPO DOCENTE PERÚ

ALCANZANDO EL ÉXITO

SOLUCIONARIO

MATEMÁTICA

PREPARACIÓN

EXAMEN DE ASCENSO 2023

ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA – SOLUCIONARIO

Temas: ***Números Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales y Reales. Operaciones y relaciones Fracción. Significados. Operaciones.***

1. Una docente pidió a los estudiantes que formulen un problema que en su proceso de resolución requiera efectuar la siguiente multiplicación:

$$4\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$$

Entre los siguientes problemas formulados por tres estudiantes, ¿cuál corresponde a lo requerido por la docente?

a) Delia pintará un muro rectangular que tiene $4\frac{1}{2}$ metros de largo y $\frac{3}{4}$ de metro de altura. ¿Cuánto es el área del muro que pintará Delia?

Calcula el Área de un rectángulo: $A = 4\frac{1}{2}\,m \times \frac{3}{4}\,m = 4\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}\ m^2$

b) Zenón ha preparado $4\frac{1}{2}$ litros de chicha y quiere colocar toda esa chicha en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro llenará Zenón?

N° botellas $= \dfrac{4\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} =$

Otra forma:

Cant. de botellas: x

$\frac{3}{4}x = 4\frac{1}{2} \longrightarrow x = \dfrac{4\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ División

c) Un caño, con un caudal constante, llena un tanque vacío en $4\frac{1}{2}$ horas. Si se usa el caño con $\frac{3}{4}$ del caudal, ¿cuánto tardará en llenarse el tanque vacío?

Regla de 3 simple inversa.

$C \longrightarrow 4\frac{1}{2}$

$\frac{3}{4}C \longrightarrow x$

$\cancel{C} \cdot 4\frac{1}{2} = \frac{3}{4}\cancel{C} \cdot x$

$x = \dfrac{4\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$

2. Una docente de tercer grado tiene como propósito promover el conocimiento de los diferentes significados de la fracción. Por ello, bosqueja la siguiente situación:

María, Juan y Carlos reciben como regalo una barra de chocolate cada uno. Las barras de chocolates que recibieron son iguales entre sí.

Esta situación debe completarse añadiendo datos y una pregunta para abordar el significado de la fracción como operador, que es aquella que transforma una cantidad mediante una relación multiplicativa. ¿Cuál de las siguientes alternativas es **más** adecuada para ello?

a) Carlos guardó 1/4 de su chocolate, Juan guardó 1/3 de su chocolate y María guardó 1/6 de su chocolate. ¿Quién guardó una fracción mayor de chocolate? Explica tu respuesta.

Propósito: Comparar fracciones.

b) Carlos comió 1/4 de su chocolate, Juan comió 1/3 de su chocolate y María comió 1/6 de su chocolate. Si cada chocolate tiene 120 gramos, ¿cuántos gramos de chocolate comió cada uno? Explica tu respuesta.

Comieron:

Carlos: $\frac{1}{4}\cdot(120\,g) = 30\,g$ Juan: María:

c) Carlos invitó 1/4 de su chocolate a 6 amigos, Juan invitó 1/3 del suyo a 8 amigos y María invitó 1/6 a 4 amigos. ¿A qué parte de un chocolate equivale lo que invitaron, en total, los tres estudiantes? Explica tu respuesta.

Cant. de chocolate que invitaron:

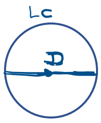
$$T = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3+4+2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

3. Uno de los propósitos de una sesión de aprendizaje es promover la comprensión de los estudiantes de cuarto grado sobre los números irracionales. En ese marco, el docente les comenta que, en la actividad escolar y cotidiana, se utilizan de diversas maneras algunos números irracionales, como el número π. Luego, dialogan acerca del número π.

Entre las siguientes afirmaciones de tres estudiantes, ¿cuál expresa una comprensión del número π como un **número irracional**?

a) Bernardo dice: "Sabemos que el número π es un número decimal y vale 3,14. Con este valor se puede calcular el área exacta de una zona circular".

b) Adela dice: "Si medimos el contorno y el diámetro de un objeto circular, y luego dividimos la primera medida entre la segunda, obtenemos el número π".



$$\frac{Lc}{D} = \pi \longrightarrow Lc = D\pi \qquad Lc = (2r)\pi \rightarrow Lc = 2\pi r \ ✓$$

c) Catalina dice: "Yo sé que el número π es imposible obtenerlo por medio de una división de un número entero entre otro número entero distinto de cero".

Serie de Gregory - Leibniz.

$$\pi = \frac{4}{1} - \frac{4}{3} + \frac{4}{5} - \frac{4}{7} + \frac{4}{9} - \frac{4}{11} + \cdots$$

$$\pi = 4\left[\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \cdots\right]$$

$$\pi = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(-1)^{n+1}}{2n-1}$$

Usar recurso tecnológico.

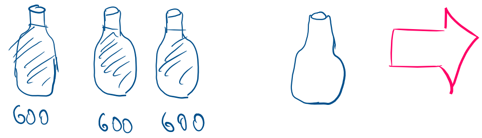
4. Para hidratarse durante una caminata grupal, Carlos está llevando 3 botellas con 600 mililitros de agua en cada una. Dos de estas botellas las entregará a sus compañeros Alberto y Belisario cuando se encuentre con ellos. Al llegar al punto de encuentro, Carlos ve que un compañero más, Daniel, se ha unido a la caminata. Este menciona que olvidó llenar con agua la botella que ha llevado. De modo que, antes de entregar las botellas, Carlos decide redistribuir el agua.

Si se busca que los cuatro compañeros tengan la misma cantidad de agua, ¿qué parte de la cantidad de agua de cada una de las tres botellas se debe traspasar a la botella de Daniel?

a) La mitad.

b) La tercera parte.

c) La cuarta parte.



Total: 1800 ml

Cada botella debe tener:

$\frac{1800}{4} = 450$ ml.

⇒ Se debe sacar de c/u 150 ml.

Fracción: $\frac{\text{Parte}}{\text{Todo}} \longrightarrow \frac{150}{600} = \frac{1}{4}$ de cada botella se debe traspasar a la cuarta botella.

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 5 y 6.

Una docente presentó a sus estudiantes el registro de las temperaturas máximas y mínimas de una ciudad durante una semana.

Día	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)
Lunes	10	0
Martes	14	2
Miércoles	12	-4
Jueves	15	1
Viernes	16	-2
Sábado	7	-2
Domingo	18	-3

5. ¿Cuál de las siguientes acciones docentes es pertinente para favorecer la <u>**interpretación**</u> de los números enteros de esta situación?

a) Pedirles que representen, en una recta numérica, los números enteros que corresponden a la temperatura máxima y a la mínima de cada día. Luego, preguntarles por el número que se ubica más a la izquierda y más a la derecha para reconocer el menor y el mayor valor.

Compara números enteros.

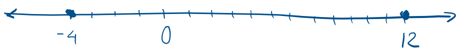
b) Pedirles que expresen los números enteros de la tabla como temperaturas por encima, igual o debajo de cero. Luego, preguntarles cuál es la mayor o menor de las temperaturas por debajo y por encima de cero, y qué significan estas temperaturas en la situación.

c) Pedirles que formen subconjuntos con los números negativos, el cero y los positivos que representan las temperaturas registradas. Luego, proponerles otros números para que los clasifiquen en estos subconjuntos mencionados.

6. La docente preguntó a los estudiantes por la diferencia en grados Celsius (°C) que hay entre la temperatura máxima y la mínima en esta ciudad el día miércoles.
Uno de los estudiantes respondió lo siguiente: “La temperatura máxima el día miércoles fue 12 °C y la mínima, -4 °C. Por tanto, la diferencia entre ambas es 8 °C”.
La docente tiene como propósito brindar retroalimentación para que el estudiante reflexione sobre su error. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para este propósito?

a) Solicitarle que vuelva a realizar la sustracción y decirle que la diferencia entre 12 y -4 es igual a 16. Luego, preguntarle cuál es la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima en otros días de la semana como, por ejemplo, el domingo.

b) Solicitarle que represente en una recta numérica los números enteros que corresponden a la temperatura máxima y a la mínima que fueron pedidas, y preguntarle por la cantidad de unidades que separan a ambos números en la recta.



$12 - (-4) = 12 + 4 = 16$ ✓

$8 - 3 = 5$ ✓

La diferencia es la distancia entre 2 números.

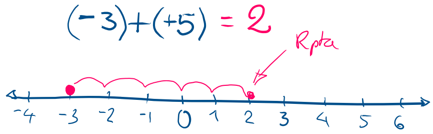
c) Solicitarle que escriba el número +12, el signo “menos” de la sustracción y seguidamente el número -4. Luego, preguntarle por el signo que resulta al multiplicar “menos por menos” e indicarle que resuelva la operación.

7. Una docente diseñará actividades con el propósito de que los estudiantes inicien la comprensión de la adición de números enteros.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es la **más** recomendable para el logro de ese propósito?

a) Orientarlos para que en la recta numérica ubiquen un punto asociado al valor del primer sumando. Luego, pedirles que en la recta se desplacen a la derecha si es positivo o a la izquierda si es negativo tantos espacios como unidades presente el segundo sumando. La posición final representará la ubicación del resultado o suma. Después, solicitar que, en grupos, resuelvan diversas adiciones para reforzar ese aprendizaje.

$(-3)+(+5) = 2$



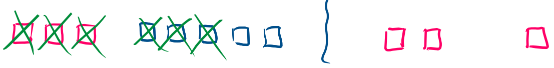
Se explica una forma gráfica en la recta para operar.

b) Formar grupos y ejemplificar los siguientes casos: si los dos números son negativos, se sumarán como si fueran números naturales y el resultado será también un número negativo. Cuando un sumando sea positivo y el otro negativo, se restarán los respectivos valores absolutos y el resultado tendrá el signo del número con mayor valor absoluto. Luego, plantear ejercicios de consolidación. Finalmente, para verificar su aprendizaje, solicitar que expliquen el proceso realizado.

Aquí se explica la regla para operar.

c) Entregarles tarjetas azules y rojas. Cada tarjeta azul representa una unidad positiva y cada roja, una unidad negativa. Proponerles una adición de dos números enteros y pedirles que escojan las respectivas cantidades de cada color. Establecer que una tarjeta se anula con otra de distinto color al juntarlas. Si eso ocurre, ambas deben ser retiradas. Según la cantidad y color de tarjetas que quedan, expresar el resultado como un número entero. Proponer otras adiciones y pedirles que expliquen el sentido del proceso.

$(-3) + (+5) = +2$ | $(-2) + (-1) = -3$



Para iniciar la comprensión, es pertinente las actividades lúdicas. (juegos)

$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $a \neq 0$ ✓

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ✓

$a^0 = 1$ ✓

8. Una docente pidió a los estudiantes de tercer grado expresar qué comprenden por la potenciación con números racionales. Uno de los estudiantes afirmó lo siguiente:

> "La potenciación es una operación que consiste en multiplicar la base tantas veces como indica el exponente. Por ejemplo, para calcular dos elevado al cubo, multiplicamos 2 por 2 por 2. Es decir, la base 2 se repite como factor tres veces".

¿Cuál de las siguientes preguntas favorece la generación del conflicto cognitivo en este estudiante?

a) ¿Cómo explicarías la potenciación si tuvieras un número negativo, por ejemplo −3, en lugar del número que has propuesto como exponente?

$2^{-3} =$  ?

$2^{-3} = 2^{0-3} = \frac{2^0}{2^3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1^3}{2^3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

b) ¿Cuál sería el resultado de la potenciación si en lugar del exponente que has propuesto tuvieras un número de dos cifras, por ejemplo 20?

c) ¿Qué sucedería si tuvieras un número negativo, por ejemplo −2, en lugar del número que has propuesto como base?

$(-2)^3 = (-2)(-2)(-2) = -8$

Las alternativas (b) y (c) solo refuerzan su idea. La alternativa (a) lo hace pensar en una situación distinta.

9. En la primera sesión de aprendizaje, para desarrollar la comprensión de la densidad en el conjunto de los números racionales, los estudiantes de segundo grado han resuelto tareas como esta:

> Encontrar algunas fracciones mayores que $\frac{1}{7}$ y menores que $\frac{6}{7}$

Sin embargo, presentaron dificultades para resolver tareas como la siguiente:

> Encontrar algunas fracciones mayores que $\frac{4}{6}$ y menores que $\frac{5}{6}$.

Para abordar esta dificultad, el docente les propuso buscar fracciones equivalentes a las dadas.

Al efectuarla, obtuvieron $\frac{8}{12}$ y $\frac{10}{12}$. Entonces, reconocieron que enfrentaban una situación conocida y dieron como respuesta $\frac{9}{12}$. Luego, en una situación similar, los estudiantes aplicaron el mismo procedimiento, tal como se muestra a continuación.

Encontrar algunas fracciones mayores que $\frac{3}{8}$ y menores que $\frac{5}{6}$.

Solución: $\frac{3}{8} = \frac{9}{24}$ $\qquad \frac{5}{6} = \frac{20}{24}$

$\left.\begin{matrix}\frac{90}{240} \\ \frac{200}{240}\end{matrix}\right\} \ \frac{91}{240}; \frac{92}{240}; \ldots ; \frac{199}{240}$

Respuesta: $\frac{10}{24}, \frac{11}{24}, \frac{12}{24}, \frac{13}{24}, \frac{14}{24}, \frac{15}{24}, \frac{16}{24}, \frac{17}{24}, \frac{18}{24}, \frac{19}{24}$

Al afrontar estas tareas, la mayoría de estudiantes concluyó que siempre es posible encontrar otras fracciones entre 2 fracciones dadas. Esto representa un logro aún limitado.

¿Cuál es la principal limitación que se ha evidenciado en la actividad de los estudiantes respecto de la comprensión de la densidad en el conjunto de los números racionales?

a) Haber encontrado una cantidad finita de números entre dos números dados, sin llegar a desarrollar la cualidad de infinitud del intervalo cuyos extremos son esos números.
b) Haberse limitado al uso de fracciones sin incluir a los números decimales; de este modo, no se llega a analizar la densidad en el conjunto de números racionales.
c) Haber prescindido de desarrollar la semisuma de dos números dados como un procedimiento eficaz para encontrar un número racional comprendido entre otros dos cualesquiera.

10. Pablo dispone de una receta para 8 porciones de ají de gallina que, entre otros ingredientes, recomienda utilizar $\frac{1}{3}$ de taza de ají amarillo. Él ha decidido preparar solo 2 porciones de este plato y, para medir la cantidad conveniente de cada ingrediente, dispone de un juego de 4 tazas medidoras cuyas capacidades corresponden a 1 taza, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ de taza, respectivamente.

¿Con cuál de las siguientes acciones Pablo puede obtener la cantidad correspondiente de ají amarillo para preparar las 2 porciones?

8 porciones $\longrightarrow$ $\frac{1}{3}$ taza de ají amarillo.

$\times\frac{1}{4}$ $\qquad$ $\times\frac{1}{4}$

2 porciones $\longrightarrow$ $\frac{1}{12}$ taza de ají amarillo.

a) Primero llenar $\frac{1}{2}$ de taza y luego quitar $\frac{1}{3}$ de taza. Repetir este proceso dos veces.

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3-2}{6}=\frac{1}{6}$$

b) Primero llenar $\frac{1}{3}$ de taza y luego quitar $\frac{1}{4}$ de taza. $\quad \frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{4-3}{12}=\frac{1}{12}$

c) Primero llenar 1 taza y luego quitar $\frac{1}{3}$ de taza. $\quad 1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

$$\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{\underbrace{2\times3}_{\text{dif.}}}=\frac{1}{6}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$$

Plus

$$S=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\cdots+\frac{1}{420}$$

$$=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\frac{1}{4\times5}+\cdots+\frac{1}{20\times21}=\frac{1}{1}-\frac{1}{21}=\frac{20}{21}$$

$$=1-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\cancel{\frac{1}{3}}+\cancel{\frac{1}{3}}-\cancel{\frac{1}{4}}+\cancel{\frac{1}{4}}-\cancel{\frac{1}{5}}+\cancel{\cdots}+\cancel{\frac{1}{20}}-\frac{1}{21}=1-\frac{1}{21}=\frac{20}{21}$$

11. Un docente recoge los saberes previos de los estudiantes sobre la definición de los números irracionales. En este contexto, les pregunta lo siguiente: "¿Qué son los números irracionales?".

Una estudiante responde: "Los irracionales son números que se expresan como, raíces o como números con infinitas cifras decimales".

A esta afirmación le falta precisiones
$\sqrt{9} = 3$; $\frac{1}{3} = 0,33333...$

Ante la respuesta, el docente busca generar un conflicto cognitivo en la estudiante. ¿Cuál de las siguientes preguntas es **más** pertinente para ello?

a) Según tu definición 4,533333... es un número irracional. ¿Has verificado si este número se puede expresar como fracción?

Presenta a un decimal periódico mixto. (Contradice la afirmación de la estudiante)

$4,5\hat{3} = 4\,\frac{53-5}{90}$
$= \frac{408}{90} = \frac{204}{45} = \frac{68}{15}$ ✓

$f = 4,5333333...$
$10f = 45,333333...$
$100f = 453,333333...$
$90f = 453 - 45$
$f = \frac{408}{90} = \frac{68}{15}$

b) En relación a tu respuesta, ¿ $\frac{22}{5}$ es un número racional o irracional? Explica.

No contradice a la afirmación de la estudiante.

c) Según lo que expresaste, ¿ $\sqrt{2}$ es un número irracional? ¿Por qué?

No contradice a la afirmación.

12. Un docente propuso a los estudiantes un problema que involucra fracciones. Luego de que lograron resolverlo, el docente busca promover la reflexión de los estudiantes sobre el proceso de resolución que siguieron. ¿Cuál de las siguientes acciones es pertinente para el logro de este propósito?

Metacognición

a) Preguntar por lo que entendieron del enunciado, por los datos y por lo que se solicita en el problema. También, por si han resuelto un problema similar anteriormente.

b) Presentar el proceso de resolución y la respuesta correcta en la pizarra para que verifiquen si la respuesta a la que llegaron es la correcta, y en caso sea necesario la corrijan.

c) Solicitar que reconozcan los procedimientos que emplearon al resolver el problema y los obstáculos que enfrentaron. Luego, que analicen cómo lograron superarlos.