



GRUPO
DOCENTE PERÚ
ALCANZANDO EL ÉXITO

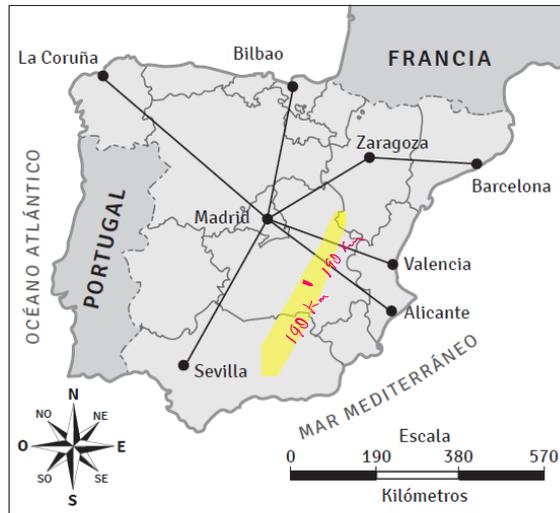
MATEMÁTICA

PREPARACIÓN

**EXAMEN DE
ASCENSO
2023**

SOLUCIONARIO

1. Observe el siguiente mapa de España con su respectiva escala.

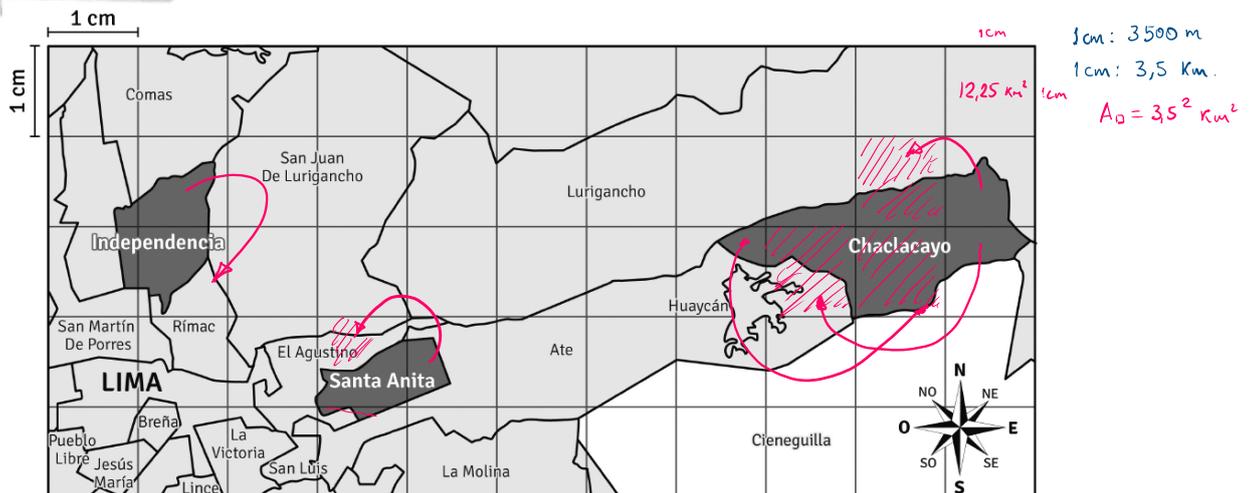


Adaptado de INE (2014). *Península Ibérica*.

¿Cuál es la distancia **aproximada** entre Madrid y Sevilla?

- a) 190 km
 b) 380 km
 c) 570 km

2. La siguiente imagen es parte del mapa provincial de Lima. La escala utilizada en el mapa es 1 : 350 000.

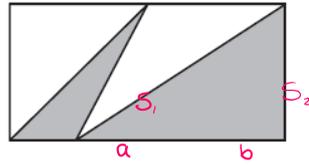


Adaptado de INEI (2014). *Una mirada a Lima metropolitana*.

A partir de esta información, ¿cuál de los siguientes enunciados es correcto?

- a) La medida de la superficie del distrito de Independencia es aproximadamente 30 km².
 b) La medida de la superficie del distrito de Chaclacayo es aproximadamente 40 km².
 c) La medida de la superficie del distrito de Santa Anita es más de 15 km².

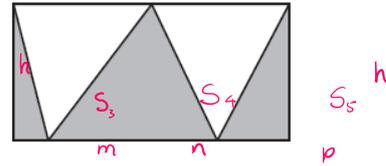
3. Luis y Carmen realizan diseños para tejidos. A continuación, se presentan dos de estos diseños realizados en rectángulos cuyas bases y alturas tienen, respectivamente, iguales medidas.



Diseño de Luis

$$a + b = \text{base}$$

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 &= \frac{ah}{2} + \frac{bh}{2} \\ &= \frac{(a+b)h}{2} \\ &= \frac{\text{base} \cdot h}{2} \end{aligned}$$



Diseño de Carmen

$$m + n + p = \text{base}$$

$$\begin{aligned} S_3 + S_4 + S_5 &= \frac{mh}{2} + \frac{nh}{2} + \frac{ph}{2} \\ &= \frac{(m+n+p)h}{2} \\ &= \frac{\text{base} \cdot h}{2} \end{aligned}$$

Respecto de la superficie de color gris en cada diseño, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) Se necesita conocer las medidas de las bases de los triángulos de color gris en ambos diseños para realizar comparaciones entre sus áreas.
- b) El diseño de Carmen tiene mayor medida de la superficie de color gris que el diseño de Luis, ya que su diseño presenta una región triangular gris más.
- c) Ambos diseños tienen la misma medida de la superficie de color gris, ya que es suficiente saber que ambos rectángulos son de las mismas dimensiones.**

4. Jorge proyecta construir un corral de forma rectangular para la crianza de aves. Así, en cierto momento, Jorge considera que los lados del corral midan 10 m y 6 m, respectivamente, el perímetro sea 32 m y que el área del corral sea 60 m².

Al explorar otras opciones basadas en variar las dimensiones del corral, ¿cuál de las siguientes alternativas es necesariamente correcta?

- a) El área del corral aumentará si se aumenta su perímetro.



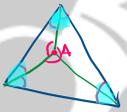
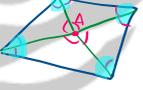
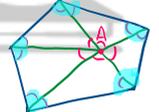
- b) El perímetro del corral puede cambiar así se mantenga invariable el área.**



- c) El área del corral se mantendrá constante siempre y cuando su perímetro no cambie.

5. Un docente propuso a los estudiantes desarrollar las siguientes acciones:

- 1° Graficar 3 polígonos convexos cuya cantidad de lados sean, respectivamente, números consecutivos.
- 2° Colocar un punto A en el interior de cada polígono
- 3° Trazar segmentos desde el punto A hacia cada vértice del respectivo polígono
- 4° Relacionar la cantidad de lados del polígono y la cantidad de triángulos que se forman al interior de dicho polígono, luego de trazar los segmentos
- 5° En cada uno de los tres polígonos, calcular la suma de las medidas de los ángulos internos de todos los triángulos ubicados en su región interior
- 6° A partir de la suma obtenida en cada uno de los tres polígonos, generalizar al caso de la suma de las medidas de todos los ángulos internos de los triángulos que se forman al interior de un polígono convexo que tiene n lados

Polígono	n° lados	n° Triángulos	Suma de \angle de los triángulos:	Suma de \angle interiores de un polígono
	3	3	$3(180^{\circ})$	$3(180^{\circ}) - 360^{\circ}$
	4	4	$4(180^{\circ})$	$4(180^{\circ}) - 360^{\circ}$
	5	5	$5(180^{\circ})$	$5(180^{\circ}) - 360^{\circ}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	n	n	$n(180^{\circ})$	$n(180^{\circ}) - 360^{\circ} = 180^{\circ}(n-2)$

Handwritten notes: "Paso 6" in a thought bubble, and the general formula $S_{\angle \text{int. pol.}} = 180^{\circ}(n-2)$ is boxed in green.

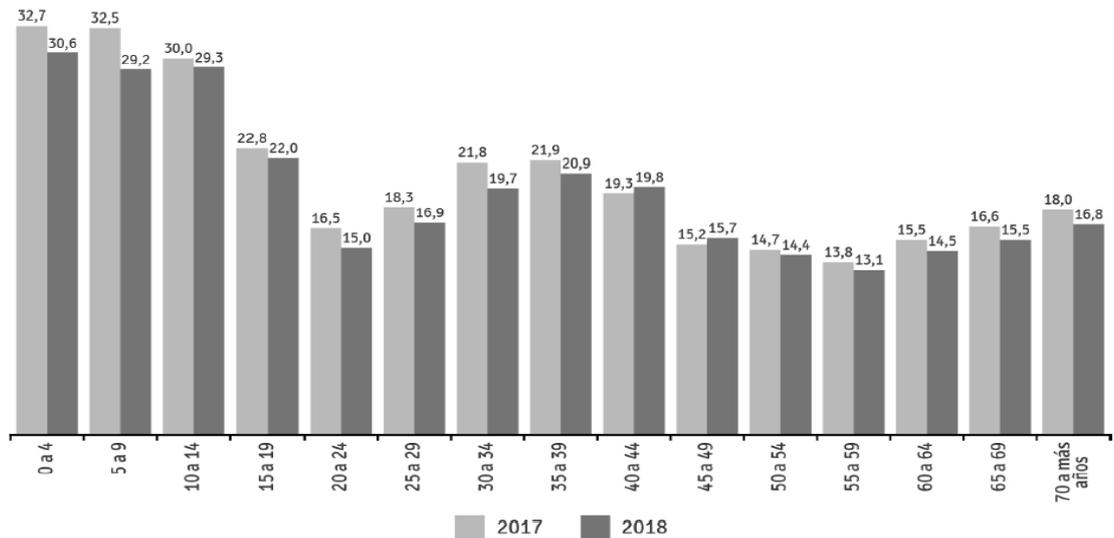
Un grupo de estudiantes desarrolló todas las acciones propuestas. Para que ellos logren obtener la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono convexo de n lados, ¿cuál de las siguientes acciones les faltaría realizar?

- a) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y el producto de la medida de un ángulo con vértice en A multiplicado por la cantidad de lados del polígono convexo inicial.
- b) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y la suma de las medidas de los ángulos externos de los n triángulos que se formaron.
- c) Calcular la diferencia entre el valor obtenido en la generalización realizada en la sexta acción y la suma de las medidas de los ángulos que tienen como vértice el punto A.**

6. Una docente presentó el siguiente gráfico a los estudiantes:

PERÚ: INCIDENCIA DE LA POBREZA POR GRUPOS DE EDAD, 2017 - 2018

(Porcentaje respecto de cada grupo de edad)



Adaptado de INEI (2019). *Evolución de la pobreza monetaria. 2017-2018. Informe Técnico.*

¿Cuál de los siguientes grupos de preguntas es **más pertinente** para ayudar a los estudiantes a realizar inferencias a partir del gráfico?

- ¿Qué fenómeno representa el gráfico de barras? ¿En cuál de los ejes se expresa cada una de las variables?, ¿con qué unidades? ¿A qué años corresponde el estudio de incidencia? ¿Cómo evoluciona la incidencia de la pobreza en los grupos de edad de personas mayores o iguales que 50 años?
- ¿Cuáles son las variables que intervienen? ¿Es adecuado representarlasm mediante un gráfico de barras? ¿Con qué escala se ha representado el gráfico? ¿Cuál fue la secuencia de la construcción del gráfico? ¿En qué grupo de edad la incidencia de la pobreza fue mayor en el año 2017?, ¿y en el 2018?
- ¿Cuál es la tendencia general en la evolución porcentual de la pobreza en el 2017 y 2018? ¿Hay algún grupo de edad en el cual la proporción de incidencia de la pobreza se ha incrementado? ¿A qué grupo de edad debería otorgarle prioridad un programa destinado a reducir la incidencia de la pobreza?, ¿por qué?

7. Un docente propone a los estudiantes desarrollar una actividad que comprende las siguientes tareas:

1. Si lanzas una moneda no cargada, ¿cuánta es la probabilidad de obtener cara?
2. Lanza la moneda 2, 10, 50 y 100 veces. Registra los resultados en esta tabla.

Cantidad de lanzamientos	Frecuencia de caras	Frecuencia de sellos	Frecuencia relativa de caras	Frecuencia relativa de sellos
2				
10				
50				
100				

3. ¿Algún valor de la tabla coincide con tu respuesta a la probabilidad de obtener cara?

¿Cuál es el **principal** propósito de aprendizaje de esta actividad?

- a) Motivar a los estudiantes para el aprendizaje de las probabilidades mediante una actividad experimental.
 - b)** Reconocer que la frecuencia relativa para un número creciente de intentos se aproxima más a la probabilidad clásica.
 - c) Calcular experimentalmente las probabilidades de diferentes sucesos y organizar la información en tablas de frecuencia.
8. Una docente planteó el siguiente problema a los estudiantes de segundo grado:

Se tienen tres dados no cargados de seis caras. Si se lanzan los tres dados simultáneamente, ¿cuál de los siguientes sucesos es más probable que ocurra?

S1: Obtener el número 4, el 5 y el 6.

S2: Obtener en dos dados el número 4 y en el otro, el número 5.

S3: Obtener el número 4 en los tres dados.

$$\begin{array}{l}
 S_1: \quad D_1 \quad D_2 \quad D_3 \\
 \quad \quad 4 \quad 5 \quad 6 \\
 \quad \quad 4 \quad 6 \quad 5 \\
 \quad \quad 5 \quad 4 \quad 6 \\
 \quad \quad 5 \quad 6 \quad 4 \\
 \quad \quad 6 \quad 4 \quad 5 \\
 \quad \quad 6 \quad 5 \quad 4
 \end{array}
 \rightarrow \text{Permutación: } P(3) = 3! = 6$$

$$\begin{array}{l}
 S_2: \quad D_1 \quad D_2 \quad D_3 \\
 \quad \quad 4 \quad 4 \quad 5 \\
 \quad \quad 4 \quad 5 \quad 4 \\
 \quad \quad 5 \quad 4 \quad 4
 \end{array}$$

Permutación con elementos repetidos

$$PR_2^3 = \frac{3!}{2!} = \frac{3 \times 2!}{2!} = 3$$

$$\begin{array}{l}
 S_3: \quad D_1 \quad D_2 \quad D_3 \\
 \quad \quad 4 \quad 4 \quad 4
 \end{array}$$

$$PR_3^3 = \frac{3!}{3!} = 1$$

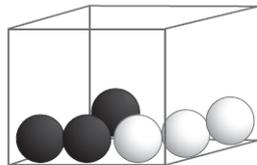
Un estudiante respondió así: “Los tres sucesos son igualmente probables porque cada uno tiene un solo caso favorable”.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el **error** que se evidencia en la **respuesta del** estudiante?

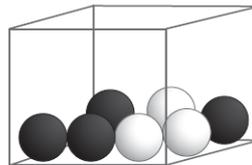
- a) Asume que cualquiera de las caras de un dado tiene la misma probabilidad de salir.
- b)** Obvia considerar todas las posibilidades que corresponden a cada suceso.
- c) Considera que los tres sucesos tienen el mismo espacio muestral.

9. Una docente tiene como propósito que los estudiantes calculen y comparen la probabilidad de diferentes sucesos. Para ello, plantea la siguiente tarea:

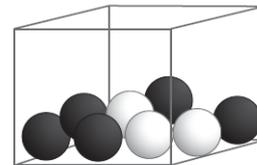
Tres cajas contienen bolas negras y blancas. Si se extrae al azar una bola de cada caja, ¿en qué caso hay mayor probabilidad de obtener una bola blanca al primer intento?



Caja A



Caja B



Caja C

Felipe, un estudiante, respondió: “En los tres casos hay igual probabilidad porque en todas las cajas hay exactamente 3 bolas blancas”.

¿Cuál de las siguientes acciones es **más pertinente** para brindar una adecuada retroalimentación al **estudiante, de modo que reflexione acerca de su** concepción errónea?

- Explicarle que la probabilidad se puede representar como una fracción en la que el numerador expresa la cantidad de casos a favor y el denominador, la cantidad total de posibles resultados de un experimento. Luego, pedirle que calcule la probabilidad asociada a cada una de las tres cajas y que determine cuál de las tres fracciones es la mayor.
- Pedirle que cuente las bolas blancas, las bolas negras y la cantidad total de bolas en cada caja. Luego, preguntarle: “En las cajas, ¿hay la misma cantidad de bolas blancas?, ¿hay la misma cantidad total de bolas?, ¿será lo mismo tener 3 opciones de 6, que 3 de 7 o tener 3 de 8? ¿Esto afectará el valor de la probabilidad en cada caso?, ¿por qué?”.**
- Preguntarle lo siguiente: “¿Cómo se calcula la probabilidad en un experimento?, ¿de cuántas formas diferentes se puede representar una probabilidad?, ¿conviene usar la representación porcentual para realizar las comparaciones?, ¿por qué?”.

10. Una docente ha propuesto el siguiente problema a los estudiantes:

El entrenador de un equipo de básquet pretende incorporar a un jugador que sea muy hábil encestando. Se presentan dos candidatos: Juan y Pablo. Para tomar su decisión final, el entrenador considerará los puntos que hagan al encestar en los partidos que enfrenten a los equipos A, B, C y D.

En la siguiente tabla, se indican los puntos que hicieron al enfrentar a dichos equipos.

Equipos	Puntos de Juan	Puntos de Pablo
Equipo A	26	30
Equipo B	23	20
Equipo C	24	20
Equipo D	25	28

menor dispersión



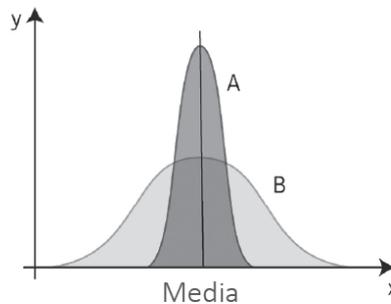
El asistente técnico recomendó al entrenador que incorpore a Juan, con el argumento de que es el jugador con mayor regularidad en los puntos realizados en cada partido. Explica cuál es la posible medición que consideró el asistente para hacer dicha recomendación.

¿Cuál es el propósito que busca lograr la docente con el problema propuesto?

- a) Que los estudiantes justifiquen el uso de una de las medidas de dispersión en la resolución de un problema.
- b) Que los estudiantes fundamenten la pertinencia de la medida de tendencia central elegida en la resolución de un problema.
- c) Que los estudiantes expliquen el procedimiento más eficaz para el cálculo de una medida de dispersión como parte de la resolución de un problema.

11. Un docente tiene como propósito evaluar el logro del siguiente desempeño: “Interpreta gráficos usando el significado de la desviación estándar”. Para ello, propone la siguiente tarea:

El siguiente gráfico representa la distribución de dos conjuntos de datos: A y B.



Elaborar conclusiones acerca de la desviación estándar de ambos conjuntos de datos y establecer una o más relaciones con los datos.

Para evaluar las respuestas de los estudiantes, el docente utiliza una rúbrica con cuatro niveles cuyas descripciones son las siguientes:

En inicio	En proceso	Logrado	Destacado
Menciona información explícita en el gráfico.	Elabora conclusiones que implican la comparación de la desviación estándar de ambos conjuntos.	Elabora conclusiones que implican la comparación de la desviación estándar de ambos conjuntos y establece una relación de la desviación estándar con los datos.	Elabora conclusiones que implican la comparación de la desviación estándar de ambos conjuntos y establece dos o más relaciones diferentes de la desviación estándar con los datos.

Diego, uno de los estudiantes, elaboró las siguientes conclusiones:

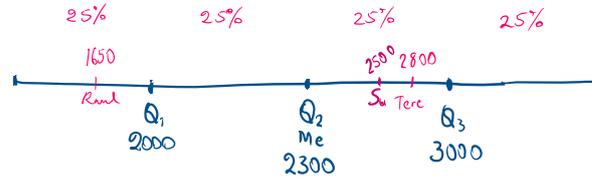
"La desviación estándar en el conjunto A es menor que en el conjunto B, lo que significa que los datos en A están más cerca de la media que los datos en B".

Según la rúbrica presentada, ¿cuál es el nivel de logro alcanzado por Diego?

- a) En proceso.
- b) Logrado.
- c) Destacado.

12. Raúl, Susana y Teresa trabajan en una misma empresa. Los salarios de los trabajadores de esta empresa se calculan según el cargo y las funciones que desempeñan. Además, se sabe que el primer cuartil de los salarios es 2000 soles, la mediana es 2300 soles y el tercer cuartil es 3000 soles.

Teniendo en cuenta esta información, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?



- a) Raúl gana 1650 soles; por lo tanto, su salario está por encima del 25 % de los salarios de los trabajadores que menos ganan en la empresa.
- b) Teresa gana 2800 soles; por lo tanto, su salario está dentro del 25 % de los salarios de los trabajadores que más ganan en la empresa.
- c) Susana gana 2500 soles; por lo tanto, como mínimo, el 25 % de los trabajadores de la empresa ganan más que ella.**
13. Un docente plantea a los estudiantes la siguiente situación:
La tabla que se presenta a continuación muestra la cantidad de niños que atendió la posta médica de un centro poblado en cierto día.

Edad (años)	f_i
[0; 2[8
[2; 4[4
[4; 6[8
[6; 8[10
[8; 10[7
[10; 12]	13
Total	50

En este contexto, el docente propone diversas tareas. ¿Cuál de las siguientes tareas propuestas es de **mayor** demanda cognitiva?

- a) Se requiere repetir los análisis de los pacientes cuya edad coincide con la mediana de las edades de todos los pacientes. El mismo procedimiento se debe realizar con los pacientes cuya edad coincide con el segundo cuartil de todas las edades. ¿Qué relación existe entre estos pacientes?**
- b) Se hará un taller sobre factores de riesgo de enfermedades infecciosas con los padres de los pacientes que se encuentran por debajo del segundo decil. ¿Cuál es la edad que corresponde al segundo decil de las edades de los pacientes?
- c) Se debe aplicar una encuesta de satisfacción a los padres o apoderados de los pacientes que corresponden al primer, segundo y tercer quintil, según su edad. ¿Cuáles son las edades de estos pacientes?
14. Para integrar el elenco de actores de una obra de teatro, se inscribieron 9 estudiantes. Según el orden en que fueron inscritos, sus edades son 15, 13, 11, 9, 10, 11, 11, 13 y 15 años.
- En relación con esta información, ¿cuál de las siguientes proposiciones es verdadera?
- a) La distribución de edades es bimodal; las modas son 13 y 15 años.
- b) La media aritmética de las edades es 12 años.**
- c) La mediana de las edades es 10 años.

15. Según una nota periodística, publicada el 28 de marzo del presente año en la página web de una emisora radial, los peruanos anualmente gastan en promedio S/ 40 en la adquisición de bloqueadores solares.
¿Cuál de las siguientes proposiciones puede concluirse **a partir de tal afirmación**?
- a) El precio más común de los bloqueadores solares ofrecidos a los peruanos es S/ 40.
 - b) Por lo menos la mitad de los peruanos anualmente gastan S/ 40 en la adquisición de bloqueadores solares.
 - c) Los peruanos anualmente gastan por debajo de los S/ 40, igual o por encima de dicho monto en adquirir bloqueadores solares.
16. Una empresa fabricante de medicamentos desea conocer cuán efectivo puede ser un nuevo medicamento para controlar cierta enfermedad en personas adultas. Para ello, realizó un estudio en 3600 personas adultas que tenían esta enfermedad. Así, encontró que el 75 % de las personas que recibieron el medicamento pudieron controlar la enfermedad.
¿Cuál de las siguientes alternativas presenta a la **muestra** considerada para realizar el estudio mencionado?
- a) Conjunto de todas las personas adultas que tienen la enfermedad.
 - b) Conjunto de las 3600 personas sometidas al estudio que tienen la enfermedad.
 - c) Conjunto del 75 % de personas que pudo controlar la enfermedad con el medicamento.
17. Una empresa de investigación de mercados fue contratada para determinar la cantidad de dinero que anualmente gastan los adolescentes de 13 a 19 años en videojuegos en un país. A partir del diseño de la muestra, la empresa seleccionó aleatoriamente 80 centros comerciales situados en todas las regiones del país. Luego, en cada centro comercial, un encuestador pidió a los transeúntes, que parecían contar con la edad requerida, completar un cuestionario.
A continuación, se presenta otra referencia del estudio realizado:

Un total de 2050 cuestionarios fueron completados por adolescentes. Basándose en el resultado de esta encuesta, la empresa investigadora informó que un adolescente de este país gasta en promedio, cada año, 580 unidades monetarias en videojuegos.

Adaptado de Estrada, A.; Batanero, C., & Fortuny, J.M. (2004). "Un estudio sobre conocimientos de estadística elemental de profesores en formación". *Educación Matemática*.

- Según las referencias del estudio, ¿cuál de las siguientes recomendaciones es más adecuada para mejorar el diseño de la muestra?
- a) La muestra de 2050 adolescentes debe ser mucho más grande para obtener conclusiones válidas en todo el país.
 - b) La muestra debe considerar a los adolescentes que se encuentran fuera de los centros comerciales para que represente mejor a los adolescentes de todo el país.
 - c) La muestra de los adolescentes en los 80 centros comerciales debe ampliarse para que el promedio sea más representativo del gasto de los adolescentes de todo el país.
18. En un taller textil, se producen 1000 camisas y 4000 polos diariamente. Mediante un control de calidad periódico de dichas prendas, se ha establecido que el 3 % de las camisas y el 2 % de los polos presentan fallas en su costura.

Con respecto a la situación referida, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es **necesariamente** correcta?

- a) Si de la producción diaria se toman al azar 100 polos, **exactamente** 2 polos presentarán fallas en su costura.
- b)** Si del total de camisas producidas en el día se coge una al azar, la probabilidad de que esta tenga fallas en su costura es 0,03.
- c) Si se toma al azar una prenda, ya sea una camisa o un polo, existe una probabilidad del 5 % que presente alguna falla en su costura.

19. Una docente presenta a los estudiantes la siguiente situación:

Dentro de una urna hay tres pelotas: dos de color rojo y una de color blanco; todas ellas son de igual tamaño, textura y masa.
Cecilia extrae, al azar y de manera consecutiva, dos pelotas, sin devolver ninguna de ellas a la urna.

A partir de esta situación, tres estudiantes realizaron afirmaciones. ¿Cuál de los estudiantes realizó una afirmación correcta?

- a) Katherine: “Después de sacar dos pelotas, la probabilidad de que en la urna quede la pelota blanca es el doble de la probabilidad de que quede una pelota roja”.

$P(\text{Queda B}) = P(\text{Extraer RR}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$ $P(\text{Queda R}) = P(\text{Extraer B,R}) = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

- b) Laura: “La probabilidad de sacar solo pelotas rojas en las dos extracciones, resulta ser mayor que la probabilidad de sacar una pelota blanca en la primera extracción”.

$P(\text{Extraer RR}) = \frac{1}{3}$ $P(\text{Extraer B}) = \frac{1}{3}$

- c)** Mery: “La probabilidad de obtener una pelota roja en la primera extracción es igual a la probabilidad de obtener una pelota roja en la segunda, independientemente de lo obtenido en la primera”.

$P(\text{Extraer R}) = \frac{2}{3}$ $P(\text{Extraer ?R}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

20. En cierto país, hace unos años, se publicó un estudio realizado con una muestra de 100 000 personas entre 40 y 50 años de edad que no presentaban síntomas de cierta enfermedad. Se encontró que la probabilidad de que una de ellas tuviera esta enfermedad era 1 %. Cuando una persona que tenía la enfermedad se realizaba una prueba médica, existía un 95 % de probabilidad de que la prueba médica resulte positiva. También, se informó que el resultado de la prueba médica del 5 % de las personas sanas del mencionado grupo de edad indicaba erróneamente positivo. Lo señalado indica que si bien los chequeos preventivos son muy importantes y valiosos, no son exactos en todos los casos.

En la situación presentada, si al realizarse la prueba una persona de la muestra obtiene un resultado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que efectivamente padezca de esta enfermedad?

- a) 16,1 %
b) 5,90 %
c) 0,95 %

Muestra: 100 000 personas sin síntomas.

$$\text{Enferma} = 1\% (100000) = 1000$$

$$\Rightarrow \text{Sanos} = 99000$$

Falsos positivos

$$\text{Positivo} = 95\% (1000) = 950$$

$$\text{Negativo} = 50$$

$$\text{Falsos +} = 5\% (99000) = 4950$$

	Prueba +	Prueba -	
Sanas	Falsos + 4950	99000	
Enfermas	950	Falsos - 50	1000

PROBABILIDAD CONDICIONAL.

$$P[\text{Padezca enfermedad} \mid \text{Prueba +}] = \frac{950}{4950 + 950} = \frac{950}{5900} = \frac{95}{590}$$

$$= 0,161$$

$$= 16,1 \%$$