GRUPO
DOCENTE PERÚ
ALCANZANDO EL ÉXITO

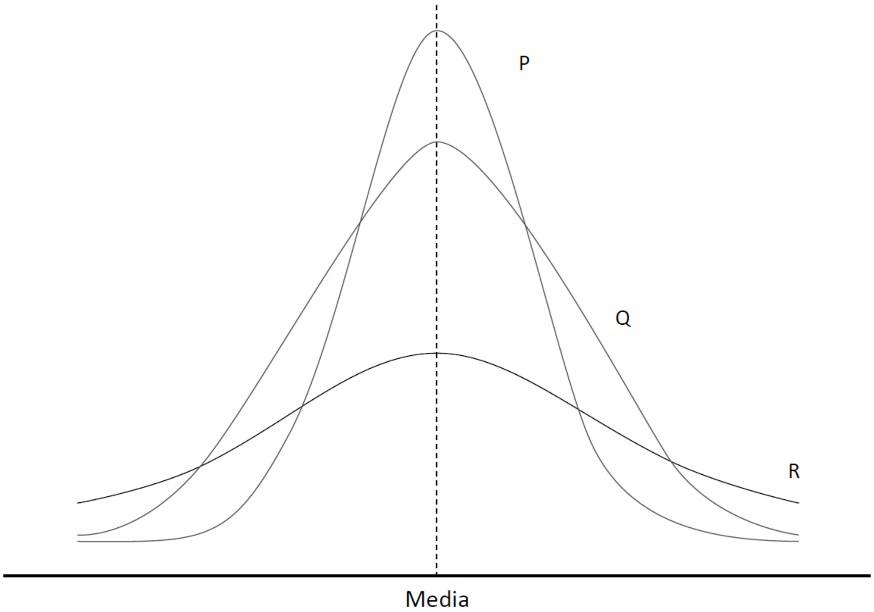
MATEMÁTICA

PREPARACIÓN

EXAMEN DE ASCENSO 2023

SOLUCIONARIO

1. El siguiente gráfico representa la distribución de 3 conjuntos de datos: P, Q y R.



Con respecto al gráfico, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

a) Los datos de los tres conjuntos están igual de dispersos.
b) Los datos del conjunto R tienen mayor dispersión que los de P y Q.
c) Los datos del conjunto P están más dispersos que en los otros conjuntos.

2. Una docente ha registrado las masas de 6 estudiantes varones y 4 estudiantes mujeres. El promedio de las masas de los 6 varones es 66 kg, mientras que el promedio de las masas de las 4 mujeres es igual a 56 kg.

¿Cuál es el promedio de las masas de los 10 estudiantes?

a) 61 kg
b) 62 kg
c) 66 kg

Promediamos edades:

Varones:

$$\bar{x}_v = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_6}{6} = 66$$

$$\sum_{i=1}^{6} v_i = 6(66)$$

Mujeres

$$\bar{x}_m = \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{4} = 56$$

$$\sum_{i=1}^{4} m_i = 4(56)$$

Prom. total:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} v_i + \sum_{i=1}^{4} m_i}{10} = \frac{6(66) + 4(56)}{10} = 62$$

3. En un estudio médico referido a la incidencia de una enfermedad muy grave en cierta ciudad, se encontró que, del total de sus habitantes, el 10 % cree que está enfermo y realmente lo está. El 60 % cree que está enfermo; sin embargo, no lo está. El 5 % cree estar sano, pero no lo está, y el 25 % cree estar sano y realmente lo está.

Durante uno de los chequeos preventivos, realizado por la municipalidad de esa ciudad, será atendido un habitante que cree estar enfermo. ¿Cuál es la probabilidad de que dicha persona esté realmente enferma?

a) $\frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{7}$

c) $\frac{7}{10}$

	Enfermo	Sano
Cree Enfermo	10%	60%
Cree Sano	5%	25%
	15%	85%

Experimento aleatorio: Atender a una persona que cree estar enfermo

Espacio muestral: $n(\Omega) = 10\% + 60\% = 70\%$

Evento o suceso: Lo que se espera que suceda:

E: Que la persona esté realmente enferma

$n(E) = 10\%$

Probabilidad: Relación de Laplace:

$$P(E) = \frac{n(E)}{n(\Omega)} = \frac{10\%}{70\%} = \frac{1}{7}$$

PROBABILIDAD CONDICIONAL

$$P[A \mid B] = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{10\%}{10\% + 60\%} = \frac{1}{7}$$

4. Con el propósito de promover la interpretación de la probabilidad de un suceso, un docente propuso el siguiente problema a los estudiantes.

> Muchos jóvenes desean estudiar una carrera universitaria en una universidad pública. Una investigación reportó que la probabilidad de ingreso a cierta universidad pública el año anterior fue 0,3. De otra parte, para este año se proyecta que la probabilidad de ingresar a esa universidad disminuiría en 10 puntos porcentuales respecto de la probabilidad del año anterior. Determina la probabilidad de ingreso para este año.

Tres estudiantes ofrecen sus respuestas. ¿Quién expresa una respuesta correcta acerca de la probabilidad de ingreso en este año?

a) Augusto dice: "10 de cada 30 postulantes".

b) María dice: "1 de cada 10 postulantes".

c) Lucía dice: "1 de cada 5 postulantes".

$P[\text{ing. año anterior}] = 0{,}3 = \frac{3}{10} = \frac{30}{100} = 30\%$

$P[\text{ing. en pte. año}] = 0{,}3 - 10\%$
$= 30\% - 10\% = 20\%$

$20\% = \frac{20}{100} = \frac{10}{50} = \frac{1}{5}$

5. Una empresa de investigación de mercados fue contratada para determinar la cantidad de dinero que anualmente gastan las mujeres adultas en la compra de calzados. A partir del diseño de la muestra, la empresa seleccionó aleatoriamente 120 centros comerciales situados en todas las regiones del país. Luego, en cada centro comercial, un encuestador pidió a las mujeres adultas transeúntes completar un cuestionario.

En cierta revista, se presentaron los resultados de este estudio de mercado. En ella se mencionó que, a partir de 1800 cuestionarios que fueron completados, una mujer adulta gasta en promedio, cada año, 400 soles en calzado.

Según las referencias del estudio, ¿cuál de las siguientes recomendaciones es **más** adecuada para mejorar el diseño de la muestra?

a) La muestra de 1800 mujeres adultas debe ser mucho más grande para obtener conclusiones válidas en todo el país.

b) La muestra debe considerar a las mujeres adultas que se encuentran fuera de los centros comerciales para que represente mejor a las mujeres adultas de todo el país.

c) La muestra debe considerar a una mayor cantidad de centros comerciales para que el promedio sea más representativo del gasto de las mujeres adultas de todo el país.

6. Un docente presenta a los estudiantes la siguiente situación:

> Alonso y Zacarías, dos amigos, dialogan cordialmente. Alonso le comenta a Zacarías que tiene una deuda de 10 000 soles y que por el momento no puede pagarla. Zacarías se ofrece a ayudarlo y le da a Alonso el dinero que necesita. Alonso promete devolvérselo en 3 meses. Transcurrido dicho tiempo, Alonso le devolvió los 10 000 soles que le prestó y añadió 300 soles de interés, por lo que en total le entregó 10 300 soles.
>
> ¿A qué tasa de interés anual simple correspondería los 300 soles que le dio Alonso a Zacarías?

Un estudiante resolvió el problema de la siguiente manera:

$$I = C.r.t$$
$$300 = 10000.r.3$$
$$\frac{1}{100} = r$$
$$1\% = r$$

$I = C.r.t$ (t: tiempo; r: tasa)

Debe tener igual denominación temporal

Tiempo	Tasa
años	anual
meses	mensual
días	diaria
semanas	semanal
bimestre	bimestral
etc.	etc.

$C = 10000$
$I = 300$
$t = 3 \text{ meses} = \frac{1}{4} \text{ año}$
$r = ? \text{ anual}$

$$300 = 10000\, r \cdot \frac{1}{4}$$
$$1200 = 10000\, r$$
$$\frac{12}{100} = r \Rightarrow r = 12\%$$

¿Cuál es el error en el que incurre el estudiante en su resolución?

a) Considera la tasa de interés mensual en lugar de la anual.

b) Considera el interés simple en lugar del interés compuesto.

c) Considera el tiempo en meses en lugar de que sea en años.

7. Un docente recoge los saberes previos de los estudiantes sobre la definición de los números irracionales. En este contexto, les pregunta lo siguiente: "¿Qué son los números irracionales?".

Una estudiante responde: "Los irracionales son números que se expresan como, raíces o como números con infinitas cifras decimales".

Ante la respuesta, el docente busca generar un conflicto cognitivo en la estudiante. ¿Cuál de las siguientes preguntas es **más** pertinente para ello?

a) Según tu definición 4,533333... es un número irracional. ¿Has verificado si este número se puede expresar como fracción?

b) En relación a tu respuesta, ¿ $\frac{22}{5}$ es un número racional o irracional? Explica.

c) Según lo que expresaste, ¿ $\sqrt{2}$ es un número irracional? ¿Por qué?

8. Durante una actividad, un docente ha notado que un estudiante incurrió en error al expresar una cantidad en notación científica.

El docente notó que cuando el estudiante explicó su procedimiento para expresar la distancia de la Tierra al Sol, escribió que 150 000 000 km es igual a $1,5 \times 10^7$ km, porque 1,5 está entre 1 y 10 y además, el valor de la distancia tiene 7 ceros.

El docente desea que dicho estudiante reflexione sobre su error. Entre las siguientes alternativas, ¿cuál es la retroalimentación más pertinente para ello?

a) "Considera que el exponente al que está elevada la base diez debe ser igual a la cantidad de espacios que la coma se desplaza a la izquierda".
b) "Verifica tu respuesta. El primer factor es correcto; sin embargo, el exponente de la base diez debe estar elevado al exponente ocho".
c) Multiplica el factor decimal por potencias crecientes y consecutivas de diez, hasta encontrar el número original. A partir de lo realizado, establece una regla en el procedimiento".

$1,5 \times 10^1 = 15$
$1,5 \times 10^2 = 150$
$\vdots$
$1,5 \times 10^7 = 15000000$
$1,5 \times 10^8 = 150\ 000000$

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 9 y 10.

Una docente presentó a los estudiantes el registro de las temperaturas máximas y mínimas de una ciudad durante una semana.

Día	Temperatura máxima (°C)	Temperatura mínima (°C)
Lunes	10	0
Martes	14	2
Miércoles	12	-4
Jueves	15	1
Viernes	16	-2
Sábado	7	-2
Domingo	18	-3

9. ¿Cuál de las siguientes acciones docentes es pertinente para favorecer la interpretación de los números enteros de esta situación?

   a) Pedirles que representen, en una recta numérica, los números enteros que corresponden a la temperatura máxima y a la mínima de cada día. Luego, preguntarles por el número que se ubica más a la izquierda y más a la derecha para reconocer el menor y el mayor valor.

   b) Pedirles que expresen los números enteros de la tabla como temperaturas por encima, igual o debajo de cero. Luego, preguntarles cuál es la mayor o menor de las temperaturas por debajo y por encima de cero, y qué significan estas temperaturas en la situación.

   c) Pedirles que formen subconjuntos con los números negativos, el cero y los positivos que representan las temperaturas registradas. Luego, proponerles otros números para que los clasifiquen en estos subconjuntos mencionados.

10. La docente preguntó a los estudiantes por la diferencia en grados Celsius (°C) que existe entre la temperatura máxima y la mínima en esta ciudad el día miércoles.

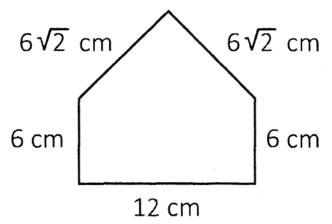
    Uno de los estudiantes respondió lo siguiente: "La temperatura máxima el día miércoles fue de 12 °C y la mínima, -4 °C. Por tanto, la diferencia entre ambas es 8 °C".

    La docente tiene como propósito brindar retroalimentación para que el estudiante reflexione sobre su error.

    ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para este propósito?

    a) Solicitarle que vuelva a realizar la sustracción y decirle que la diferencia entre 12 y-4 es igual a 16. Luego, preguntarle cuál es la diferencia entre la temperatura máxima y la mínima en otros días de la semana como, por ejemplo, el domingo.
    b) Solicitarle que represente en una recta numérica los números enteros que corresponden a la temperatura máxima y a la mínima que fueron pedidas, y preguntarle por la cantidad de unidades que separan ambos números en la recta.
    c) Solicitarle que escriba el número +12, el signo "menos" de la sustracción y seguidamente el número -4. Luego, preguntarle por el signo que resulta al multiplicar "menos por menos" e indicarle que resuelva la operación.

11. Durante una sesión de aprendizaje, un docente solicitó a los estudiantes de tercer grado determinar el perímetro de un pentágono. A continuación, se presenta parte de la resolución de una estudiante.



$P = 12\text{ cm} + 6\text{ cm} + 6\text{ cm} + 6\sqrt{2}\text{ cm} + 6\sqrt{2}\text{ cm} = 36\sqrt{2}\text{ cm}$

Respuesta: El perímetro de la figura es $36\sqrt{2}$ cm

ERROR.

$\underbrace{24}+12\sqrt{2} = 36\sqrt{2}$

Con relación a las operaciones realizadas, ¿cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurrió la estudiante?

a) Considerar a todos los sumandos como números irracionales con la misma parte radical.
b) Considera que para hallar el resultado se suman, por un lado, los coeficientes enteros y, por otro, los radicales.
c) Considerar que algunas longitudes, que participan como sumandos, pueden ser expresadas como números irracionales.

12. Un docente plantea el siguiente problema a los estudiantes:

> Una tienda de ropa ha incrementado en 20 % el precio de una casaca que inicialmente costaba S/ 200. Meses después, debido a las pocas ventas, la tienda decide reducir el precio en un 20 %. ¿Cuál es el precio final de dicha casaca?

Uno de los estudiantes responde lo siguiente: "El precio final es el mismo, es decir S/ 200. Primero aumentó 20 % y eso es S/ 40, pero luego disminuyó 20 %, que es S/40; entonces, no hubo ningún cambio, y el precio se mantiene".

El docente tiene como propósito brindar retroalimentación de modo que el estudiante reflexione sobre su error. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para este propósito?

a) Pedir que identifique a qué cantidad se le aplica el aumento del 20 % y que lo calcule. Luego, solicitar que determine el precio con el aumento. Después, preguntar por la cantidad a la que se le aplicará el descuento del 20 %, y pedir que analice si es cierto que el 20 % de aumento y el 20 % de descuento se aplican a la misma cantidad.
b) Decir que el precio inicial y final de la casaca no es el mismo, ya que se han aplicado un aumento y un descuento. Luego, indicar que el precio final de la casaca es S/ 192. Después, plantear un problema similar indicándole que esta vez se asegure de resolverlo correctamente y pedir que compare ambos procesos de solución.
c) Preguntar: "¿Qué porcentajes se han aplicado? ¿Por qué crees que el precio se mantiene igual?". Luego, indicar que, efectivamente, el 20 % de S/ 200 es S/ 40 y que por tanto, el nuevo precio de la casaca, con el aumento, es S/ 240. Después, presentar el procedimiento para calcular el 20 % de S/ 240. Concluir que el precio final de la casaca es S/ 192 y no se mantiene igual como él pensaba.

13. Un docente propuso a los estudiantes un problema que involucra fracciones. Luego de que lograron resolverlo, el docente busca promover la reflexión de los estudiantes sobre el proceso de resolución que siguieron. ¿Cuál de las siguientes acciones es pertinente para el logro de este propósito? Metacognición

a) Preguntar por lo que entendieron del enunciado, por los datos y por lo que se solicita en el problema. También, por si han resuelto un problema similar anteriormente. Comprensión

b) Presentar el proceso de resolución y la respuesta correcta en la pizarra para que verifiquen si la respuesta a la que llegaron es la correcta, y en caso sea necesario la corrijan. Exposición docente

c) Solicitar que reconozcan los procedimientos que emplearon al resolver el problema y los obstáculos que enfrentaron. Luego, que analicen cómo lograron superarlos. Metacognición

14. Con el propósito de promover la comprensión de la fracción como razón, un docente presenta a los estudiantes de primer grado la siguiente situación:

> Para un juego, se cuenta con dos sogas: una roja y otra azul. Al compararlas, se encuentra que cuando la soga azul se dobla en seis partes iguales, la medida de la soga roja resulta ser igual a 10 veces la longitud de una de esas partes de la soga azul.

Respecto de la situación, tres estudiantes realizan afirmaciones. ¿Quién ofrece una afirmación **correcta** sobre la medida de las sogas?

Soga roja $L_R = 10k$ Soga azul $L_A = 6k$

a) Anabel dice: "La soga azul mide 3 veces la quinta parte de lo que mide la soga roja".

$$L_A = 3 \cdot \frac{1}{5} L_R \Rightarrow 6k = 3 \cdot \frac{1}{\cancel{5}_1} (\cancel{10}^2 k)$$

$$6k = 6k$$

b) Ariana dice: "La medida de la soga roja es a la medida de la soga azul como 3 es a 5".

$$\frac{L_R}{L_A} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{10k}{6k} = \frac{5}{3} ✓$$

c) Abigail dice: "5 veces la medida de la soga roja equivale a 3 veces la medida de la soga azul".

$$5L_R = 3L_A \Rightarrow 5(10k) = 3(6k)$$ Falso

15. Una docente pide a los estudiantes que formulen un problema en cuya resolución necesiten plantear la siguiente operación:

$$\boxed{8 + \frac{1}{4}}$$

Tres estudiantes formularon sus problemas. ¿Cuál de los problemas formulados cumple el requerimiento de la docente?

a) En un laboratorio se tiene un cultivo de 8 bacterias. Al cabo de 30 minutos, estas aumentaron en su cuarta parte. ¿Cuántas bacterias hay ahora en el laboratorio? $8 + \frac{1}{4}(8)$

b) Un campesino tiene 10 hectáreas de cultivo. En 8 hectáreas se sembró papa; en un cuarto de hectárea, camote; y, en el resto, nada. ¿Cuántas hectáreas del terreno se han usado?

$8\,ha + \frac{1}{4} ha =$

c) En cierto momento de una maratón, Pedro había recorrido 8 kilómetros. Esta distancia es un cuarto de kilómetro más de lo que había recorrido hasta entonces Marcos. ¿Cuántos kilómetros había recorrido Marcos?

$8 - \frac{1}{4}$

16. En una sesión de aprendizaje, el docente busca que los estudiantes demuestren propiedades relacionadas con los números naturales. Para ello, les solicita demostrar la siguiente propiedad:

Entre dos números naturales no consecutivos a, b, con a < b, siempre es posible encontrar, por lo menos, un número natural c tal que a < c < b.

Al respecto, tres estudiantes presentan diversas propuestas. ¿Cuál de ellas corresponde a una demostración **correcta**?

a) Si *a* es menor que *b* y no son consecutivos; entonces, siempre habrá entre ellos un número natural igual a la semisuma de ambos. Así, $a < \frac{a+b}{2} < b$.

$a = 3$
$b = 6$
$\frac{3+6}{2} = 4{,}5 \notin \mathbb{N}$.

b) Si *a* es menor que *b* y no son consecutivos, cuando *a* es igual a 4 y *b* es igual a 6; entonces, hay un número igual a 5 que se encuentra entre ambos. Así, 4 < 5 < 6. La demostración es en forma general.

c) Si a es menor que b y no son consecutivos; entonces, a es diferente que b — 1, por tanto, existe un número natural b — 1 comprendido entre ay b. Así, a < b – 1 <b.

17. Pablo dispone de una receta para 8 porciones de ají de gallina que, entre otros ingredientes, recomienda utilizar $\frac{1}{3}$ de taza de ají amarillo. Él ha decidido preparar solo 2 porciones de este plato y, para medir la cantidad conveniente de cada ingrediente, dispone de un juego de 4 tazas medidoras cuyas capacidades corresponden a 1 taza, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ de taza, respectivamente.

¿Con cuál de las siguientes acciones Pablo puede obtener la cantidad correspondiente de ají amarillo para preparar las 2 porciones?

a) Primero llenar $\frac{1}{2}$ de taza y luego quitar $\frac{1}{3}$ de taza. Realizar este proceso dos veces.

b) Primero llenar $\frac{1}{3}$ de taza y luego quitar $\frac{1}{4}$ de taza.

c) Primero llenar 1 taza y luego quitar $\frac{1}{3}$ de taza.

Para 8 porciones: $\frac{1}{3}$ taza ají
$\div 4$ o $\times \frac{1}{4}$
Para 2 porciones $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$ taza de ají

$\frac{1}{12} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{4-3}{12} = \frac{1}{12}$ ✓

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$
$+ = \frac{1}{3}$

c) $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

18. Paola mezcla 200 mL de un enjuague bucal A, que contiene 12 % de alcohol, con 400 mL de otro enjuague bucal B, que contiene 18 % de alcohol. Como producto de esta mezcla, se obtiene 600 mL de un nuevo enjuague bucal.

Con relación a los porcentajes de alcohol de los enjuagues bucales A y B, ¿a qué equivale el porcentaje de alcohol del nuevo enjuague bucal?

a) Equivale a la semisuma de los porcentajes de alcohol de los enjuagues bucales A y B.

b) Equivale a la suma de los porcentajes de alcohol de los enjuagues bucales que fueron mezclados.

c) Equivale al cociente de la suma de la cantidad de alcohol de ambos enjuagues entre la cantidad de mililitros del nuevo enjuague bucal.

Regla de concentración de alcohol en la mezcla:

Alcohol puro

$R = \frac{\text{Sustancia pura}}{\text{Total mezcla}} = \frac{12\%(200) + 18\%(400)}{200 + 400} = \frac{24 + 72}{600} = \frac{96}{600} = \frac{16}{100} = 16\%$.

19. En una sesión de aprendizaje, el docente y los estudiantes conversan sobre la relación entre la geometría y el arte. En este contexto, el docente les pregunta si alguna vez aplicaron la geometría para realizar un trabajo artístico. Entonces, se suscita el siguiente diálogo en el aula:

Carlos dice: "Una vez, hice un dibujo para adornar una habitación de mi casa. Dibujé un polígono regular de 10 lados con todas sus diagonales de diferentes colores".

El docente dice: "¡Excelente!, debe ser muy bonito. ¿Cuántas diagonales trazaste en total?".

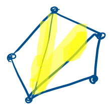
Carlos dice: "No las conté, pero puedo deducir esta cantidad. Como el polígono tiene 10 lados, también tiene 10 vértices. Desde cada uno de estos vértices, tracé 7 diagonales. Entonces, para realizar el dibujo, tracé 70 rectas en total".

¿Cuál es el error **principal** en el que incurre Carlos al deducir la cantidad total de diagonales que trazó al realizar su dibujo?

a) Considera, en su cálculo, dos veces a cada diagonal del polígono.

b) Utiliza el término "rectas" para referirse a las diagonales del polígono.

c) Dejó de lado el uso de la fórmula que permite calcular la cantidad total de diagonales.



$\boxed{\# \text{diagonales} = \frac{n(n-3)}{2}} \Longrightarrow \# \text{diag.} = \frac{10(10-3)}{2} = \frac{70}{2} = 35.$

$\# \text{diagonales} = 10(10-3) = 70$

20. Durante una sesión de aprendizaje, la docente les presenta a los estudiantes el siguiente teorema:

Si en una circunferencia de diámetro $\overline{AB}$ y centro O se inscribe un triángulo ABC, siendo C un punto de la circunferencia, entonces el ángulo C del triángulo es recto.

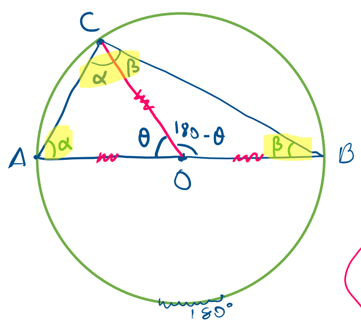
Luego, para representar el teorema, la docente les pidió que dibujen un triángulo ABC inscrito en una circunferencia de acuerdo a las condiciones planteadas.

Si la docente busca que los estudiantes demuestren el teorema dado, ¿cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más** pertinente para ello?

a) Pedirles que utilicen un transportador para medir los ángulos A, B y C del triángulo ABC. Luego, solicitarles que comprueben si, efectivamente, el ángulo C es recto. Comprueba pero NO DEMUESTRA.

b) Pedirles que señalen, frente a C, el arco AB, el cual representa una semicircunferencia. Luego, mencionarles que aplicando la propiedad del ángulo inscrito en una circunferencia el ángulo C debe ser recto. (Usa un teorema que también debe demostrar)

c) Pedirles que tracen el radio $\overline{OC}$ y formen dos triángulos isósceles AOC y BOC. Luego, solicitarles que relacionen los ángulos congruentes de AOC y BOC con la suma de ángulos del triángulo ABC para determinar la medida del ángulo C.



$\alpha + \beta = ?$

$2\alpha + \theta = 180°$

$2\beta + 180° - \theta = 180°$

$2\alpha + 2\beta = 180°$

$\alpha + \beta = 90°$ //

$\triangle ABC$

$2\alpha + 2\beta = 180°$