



GRUPO  
**DOCENTE PERÚ**  
ALCANZANDO EL ÉXITO

# MATEMÁTICA

PREPARACIÓN

**EXAMEN DE  
ASCENSO  
2023**

## PRÁCTICA 68

### MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

#### REPASO 8: MISCELANEA DE PROBLEMAS

1. Las bacterias de cierto cultivo se reproducen cada 20 minutos. Su mecanismo de reproducción es la bipartición, en la que una célula madre se divide para dar origen a dos células hijas. Estas, a su vez volverán a reproducirse de modo que cada una de ellas se dividirá para generar sus correspondientes células hijas, y así sucesivamente.

¿Qué procedimiento permite determinar la cantidad de bacterias cada vez que transcurren 20 minutos?

- a) **Multiplicar por 2 a la cantidad anterior de bacterias.**
  - b) Sumar 2 unidades a la cantidad anterior de bacterias.
  - c) Elevar al cuadrado a la cantidad anterior de bacterias.
2. Un docente planteó a los estudiantes de segundo grado el problema siguiente:

En un puesto del mercado, se venden 5 plátanos por 2 soles. Una persona compró 15 plátanos, ¿cuánto pagó por esta compra?

En este contexto, ¿cuánto se pagaría por  $n$  plátanos?

En su resolución, un estudiante realizó el siguiente procedimiento:

El precio de 15 plátanos lo encontramos multiplicando el precio de un plátano, que es  $\frac{2}{5}$ , por 15.

Entonces, el precio de  $n$  plátanos se halla multiplicando  $\frac{2}{5}$  por esa cantidad  $n$ .

En relación con el procedimiento del estudiante, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a) El estudiante determinó el precio unitario dividiendo entre 5 la cantidad de plátanos comprada.
- b) **El estudiante estableció un factor de proporcionalidad a partir de la relación entre dos magnitudes.**
- c) El estudiante realizó la conjetura de establecer una propiedad para dos magnitudes continuas que son directamente proporcionales.

3. La prueba de carbono 14 determina la antigüedad de los restos fósiles. Para ello, se apoya en el siguiente principio:

“Luego de que un ser vivo muere, la cantidad de carbono 14 presente en sus restos se va reduciendo en periodos cíclicos. Se ha determinado que esa cantidad resulta ser la mitad de la cantidad inicial del respectivo ciclo, el cual siempre dura 5730 años”.

Al analizar un determinado fósil, se ha hallado que la cantidad de carbono 14 se redujo a  $\frac{1}{64}$  de la cantidad que tuvo ese ser vivo cuando murió. ¿Cuántos años de antigüedad tiene el fósil analizado?

- a) 28 650 años.  
b) 34 380 años.  
c) 40 110 años.
4. Una docente tiene como propósito que los estudiantes de tercer grado resuelvan problemas que involucran ecuaciones cuadráticas. En ese contexto, les presentó el siguiente problema:

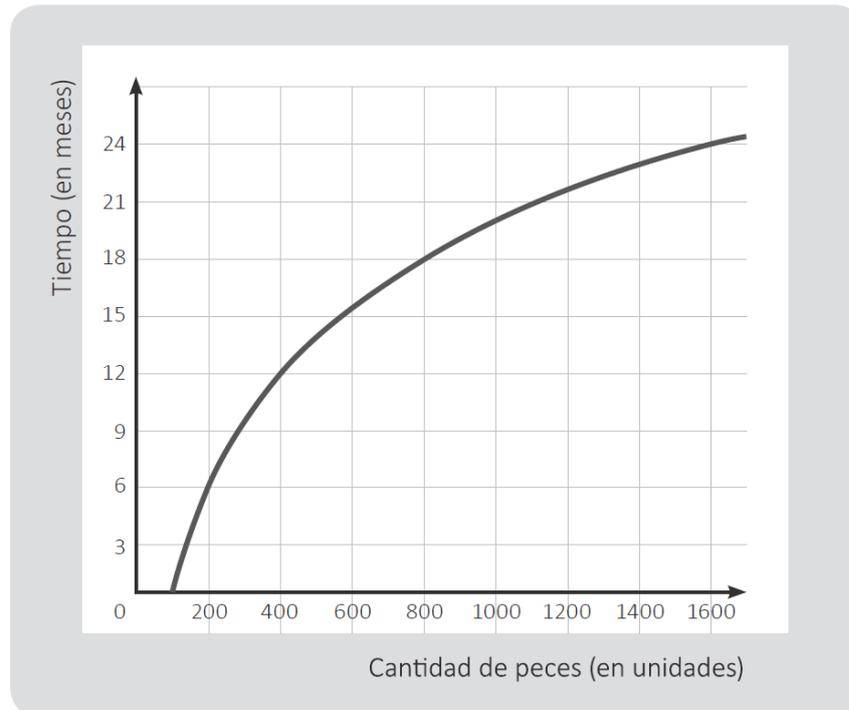
En un condominio, se formó una comisión con un representante por cada familia, para arreglar el jardín que comparten. Sus integrantes calcularon que gastarían 60 soles en comprar plantas, por lo cual decidieron asumir equitativamente ese gasto. Sin embargo, debido a que uno de sus integrantes declinó pagar lo que le correspondía, cada uno de los restantes acordó aportar 3 soles más para alcanzar dicho monto. ¿Cuántos integrantes conforman la comisión?

Tres estudiantes del aula plantearon sus respectivas ecuaciones. Ellos coinciden en que la incógnita “x” es la cantidad de integrantes de la comisión.

¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite resolver el problema planteado?

- a)  $\frac{60}{x} + 3 = \frac{60}{x-1}$   
b)  $\frac{x}{60} + 3 = \frac{x-1}{60}$   
c)  $\frac{60}{x} + \frac{60}{x-1} + 3 = 60$

5. En cierta zona del mar, se habilitó un criadero en el que se introdujo una población de 100 peces adultos de determinada especie para que se reproduzcan. Según las estimaciones de sus consultores, cada 6 meses esta población se duplicará. Esta relación entre la cantidad de peces y el tiempo se presenta en la siguiente gráfica de una función logarítmica:



Respecto de la gráfica de esta función, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir?

- a) Cuando la población en el criadero sea 3200 peces, habrá transcurrido 48 meses.  
 b) El aumento de peces será mayor en los 12 primeros meses que en los 12 meses siguientes.  
 c) Cuando la población inicial de peces haya aumentado en 700 unidades, habrá transcurrido los primeros 18 meses.
6. Durante una sesión de aprendizaje, un docente presenta a los estudiantes actividades sobre inecuaciones lineales. A continuación, se muestra una parte de la resolución que realizó un estudiante.

$$\begin{aligned}
 &(\dots) \\
 &3x - 6 < 2x \\
 &- 6 < 2x - 3x \\
 &- 6 < -x \\
 &6 < x
 \end{aligned}$$

¿Por qué es **errónea** la parte mostrada de la resolución del estudiante?

- a) Porque dejó la incógnita en el lado derecho de la inecuación.

- b) Porque manejó de manera incorrecta la propiedad del opuesto aditivo.
- c) Porque aplicó procedimientos específicos de las ecuaciones a las inecuaciones.

7. Con el propósito de consolidar el aprendizaje de la función **afín**, una docente pidió a los estudiantes que, en equipos, formulen un problema que requiera el uso de dicha función. En uno de los equipos, se produjo el siguiente diálogo:

Edith dice: "Asumamos que, en cierta ciudad de nuestro país, todos los taxistas cobran un monto fijo por iniciar el servicio y adicionan otro monto que depende proporcionalmente de la distancia recorrida".

Roberto dice: "¡Ajá! Esa situación nos puede servir para el problema. A partir de ella, podemos hacer la siguiente pregunta: '¿Cuál es la regla para calcular el monto total, en soles, del servicio de taxi en función de la distancia recorrida?'".

Respecto de la pregunta planteada por Roberto, ¿cuál de los siguientes datos es suficiente añadir para responderla?

- a) Los taxistas cobran 11 soles, en total, por 2 km de recorrido y 14 soles, en total, cuando recorren 3 km.
  - b) Los taxistas adicionan al monto fijo del servicio, 3 soles por cada kilómetro recorrido.
  - c) Los taxistas cobran 20 soles, en total, por un servicio en el que se recorre 5 km.
8. Carlos es dueño de un hotel que tiene 50 habitaciones simples. Al proyectar sus ingresos, él ha considerado que, en cada noche de temporada alta, se pueden alquilar todas, siempre y cuando el precio sea S/ 80 por noche. Asimismo, ha proyectado que, por cada S/ 5 de incremento en el alquiler por noche, 1 habitación no se alquilará.
- Carlos quiere obtener la expresión matemática que representa el ingreso diario del hotel por alquiler de sus habitaciones simples en temporada alta. Si se considera que "x" es un número entero y representa la cantidad de incrementos de S/ 5 en el alquiler, ¿cuál es la expresión correcta?
- a)  $(50 - x)(80 + 5x)$ , siendo  $x \leq 50$
  - b)  $(50 - 5x)(80 + x)$ , siendo  $x \leq 10$
  - c)  $(50 - x)(80 + x)$ , siendo  $x \leq 50$

9. En una reunión colegiada, tres docentes intercambian propuestas de problemas para propiciar que los estudiantes modelen simbólicamente una situación utilizando una función afín.

¿Cuál de las siguientes propuestas permite que los estudiantes modelen la situación utilizando necesariamente una función afín?

- a) Un vendedor de autos tiene un sueldo básico mensual de S/ 2000. Adicionalmente, por cada auto que logre vender recibirá una comisión de S/ 500. Si vende 8 autos, ¿cuánto sería su pago mensual?

- b) Un barril vacío pesa 20 kg y tiene capacidad para 80 litros de aceite. Si se conoce que 1 litro de aceite pesa 0,74 kg, ¿cuánto es el peso total del barril en función de la cantidad de aceite que contiene?
- c) El auto de Fiorella utiliza gas como combustible. Se sabe que el costo del gas por cada kilómetro recorrido es S/ 0,15. ¿Cuánto es el monto del costo del gas en función de la cantidad de kilómetros que el auto ha recorrido?
10. Para que determinado medicamento tenga un efecto benéfico en el organismo, su concentración en la sangre debe ser, por lo menos, 4 miligramos por litro de sangre. Se conoce que  $t$  horas después de ingerir una dosis de este medicamento, la concentración en sangre es  $\frac{20t}{t^2 + 4}$  miligramos por litro de sangre. Después de ingerir dicha dosis, ¿en qué intervalo de tiempo ocurre el efecto benéfico para el organismo?
- a) Desde el inicio de la cuarta hora en adelante.
- b) Desde el inicio de la segunda hora hasta el final de la cuarta hora.
- c) Desde el inicio de la primera hora hasta el final de la cuarta hora.
11. Durante una sesión de aprendizaje, un docente solicitó a los estudiantes de tercer grado determinar el perímetro de un trapecio. A continuación, se presenta parte de la resolución de una estudiante.

8 cm

$8\sqrt{2}$  cm       $8\sqrt{2}$  cm

24 cm

$P = 24 \text{ cm} + 8 \text{ cm} + 8\sqrt{2} \text{ cm} + 8\sqrt{2} \text{ cm} = 48\sqrt{2} \text{ cm}$

**Respuesta:** El perímetro de la figura es  $48\sqrt{2}$  cm.

Con relación a las operaciones realizadas, ¿cuál de las siguientes alternativas expresa el error en el que incurrió la estudiante?

- a) Considerar a todos los sumandos como números irracionales con la misma parte radical.
- b) Considerar que para hallar el resultado se suman, por un lado, los coeficientes enteros y, por otro, los radicales.
- c) Considerar que algunas longitudes, que participan como sumandos, pueden ser expresadas como números irracionales.

12. Un docente busca que los estudiantes de segundo grado afiancen su comprensión de los sólidos geométricos. Para ello, les plantea la siguiente tarea:

Propongan un problema en el que intervenga el área total de un prisma rectangular recto.

Tres estudiantes presentaron sus propuestas. ¿Cuál de las siguientes propuestas se ajusta a la tarea planteada?

- Un ladrillo compacto tiene dimensiones de 8 cm, 12 cm y 24 cm. Determina la cantidad de espacio que ocupa dicho ladrillo.
- Dada una caja de zapatos de dimensiones 11 cm, 17 cm y 30 cm, determina cuántos centímetros cuadrados de papel se utilizará como mínimo para forrarla por completo.
- El largo, ancho y alto de una habitación es 5 m, 4 m y 2 m, respectivamente. Si se deben pintar las paredes de esta habitación, determina la cantidad de metros cuadrados que se tendrá que pintar.

13. Con el propósito de promover la comprensión de las líneas notables de un triángulo, un docente propone a los estudiantes de tercer grado la siguiente tarea:

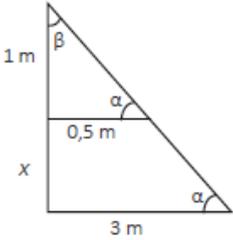
Un agricultor quiere repartir su terreno de forma triangular en seis sectores de igual área para cultivar distintas hortalizas.

Explica, haciendo uso de líneas notables, el procedimiento que debe seguir el agricultor para delimitar los seis sectores de su terreno.

¿Por qué la tarea propuesta por el docente es de alta demanda cognitiva?

- Porque requiere utilizar varios objetos matemáticos, como el de líneas notables de un triángulo o como la superficie de un terreno triangular.
- Porque requiere analizar las propiedades de las líneas notables de un triángulo y vincular dichas propiedades con las condiciones dadas en la situación.
- Porque requiere relacionar la cantidad de los sectores de igual área que se obtendrán al trazar líneas notables de un triángulo, con la forma de dichos sectores.

14. Durante una sesión de aprendizaje los estudiantes resuelven problemas que involucran la semejanza de triángulos. A continuación, se muestra una parte de la resolución que realizó una estudiante.



Los triángulos tienen los mismos ángulos, entonces son semejantes.

$$\frac{\text{lado frente a } \alpha}{\text{lado frente a } \beta} = \frac{\text{lado frente a } \alpha}{\text{lado frente a } \beta}$$

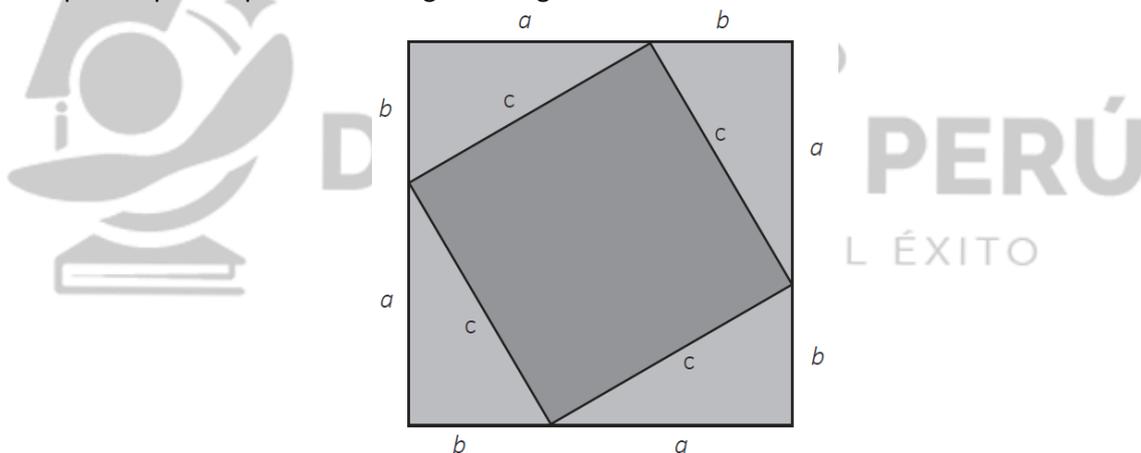
$$\frac{1}{0,5} = \frac{x}{3}$$

$$\frac{(1) (3)}{0,5} = x$$

$$6 = x$$

La docente nota que la resolución de la estudiante tiene aciertos y errores en relación con la comprensión de semejanza de triángulos. ¿Qué logro de aprendizaje se evidencia en dicha resolución?

- a) Determina la relación de proporcionalidad que permite determinar el valor desconocido.
- b) Establece la semejanza de los dos triángulos rectángulos a partir de la proporcionalidad de sus lados.
- c) **Identifica la congruencia de los ángulos de los dos triángulos y deduce que hay semejanza de triángulos.**
15. Una docente tiene como propósito que los estudiantes de segundo grado construyan el concepto de homotecia. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más** pertinente para recoger sus saberes previos sobre la homotecia?
- a) **Pedir que elijan la imagen de un objeto simple y la dibujen a otra escala.**
- b) Pedir que participen de un juego matemático que involucra conocimientos sobre traslación y rotación.
- c) Pedir que dibujen figuras homotéticas mediante un software matemático con una secuencia de acciones indicada.
16. Con el propósito de que los estudiantes de tercer grado profundicen su comprensión del teorema de Pitágoras, una docente les entregó 5 piezas de un rompecabezas y les pidió que armaran un cuadrado. Una vez logrado, ella asignó las medidas de los lados de las piezas que se aprecian en la siguiente figura:



Luego, les solicitó relacionar el área del cuadrado formado y la suma de las áreas de las cinco piezas.

Al respecto, un estudiante llegó a establecer la siguiente igualdad:

$$a + b = 4 \times \frac{ab}{2} + c$$

Entre las siguientes alternativas, ¿cuál expresa el **error** en el que incurre el estudiante?

- a) **Asumió que el área de un cuadrado es igual a la medida de su lado.**
- b) Omitió el desarrollo del binomio al cuadrado, que es un producto notable.
- c) En la igualdad, no consideró las figuras que representan a los cuadrados.

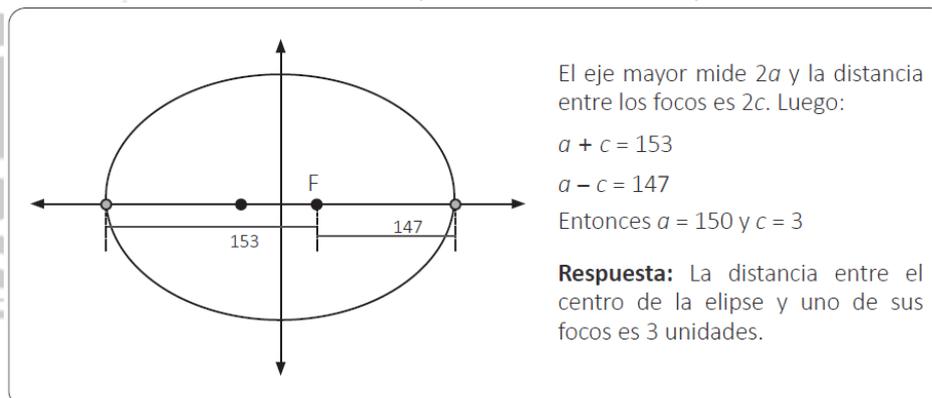
17. Una docente tiene como propósito que los estudiantes de primer grado desarrollen aprendizajes que involucran el volumen de un prisma. En este marco, propone que los estudiantes formen grupos y les entrega una caja con cubitos del mismo tamaño. Luego, les plantea la siguiente tarea:

Los cubitos tienen aristas de 0,5 u de longitud. Construyan un prisma que tenga  $10 \text{ u}^3$  de volumen.

¿Por qué esta tarea es de **alta** demanda cognitiva?

- Porque requiere efectuar operaciones de potenciación y división con números racionales.
- Porque requiere manipular con destreza a una cantidad numerosa de cubitos para construir el prisma indicado.
- Porque requiere relacionar la medida de la arista de cada cubito y la cantidad de cubitos que conforman el volumen del prisma.**

18. Durante una sesión de aprendizaje los estudiantes resuelven problemas que involucran elipses. A continuación, se muestra una parte de la resolución que realizó una estudiante.



Tomando en cuenta que la estudiante resolvió de forma adecuada el problema, ¿qué se puede afirmar de su proceso de resolución?

- Consideró una elipse que tiene como uno de sus focos el punto  $(a - c; 0)$ .
- Consideró una elipse con un eje mayor que tiene como uno de sus extremos el punto  $(-a; 0)$ .**
- Consideró una elipse con un eje menor que tiene como uno de sus extremos el punto  $(-c; 0)$ .

19. Una docente plantea la siguiente actividad a los estudiantes de segundo grado:

- Formen equipos de 4 integrantes y desplácese al patio de la institución educativa.
- En una hoja bond A4, dibujen un esbozo del plano del patio en el que se indiquen sus respectivas medidas reales. Para ello, midan con una cinta métrica las dimensiones del patio y de sus elementos, como jardines, bancas, etc., que consideren en dicho esbozo.

¿Cuál es el propósito **principal** de aprendizaje involucrado en esta actividad?

- a) Promover el trabajo colaborativo y la participación activa en la elaboración del esbozo del plano del patio.
- b) Emplear procedimientos de medición y representación gráfica orientados a la elaboración del esbozo del plano del patio.
- c) Construir la noción de espacio tridimensional y de plano bidimensional al utilizar referentes concretos en la elaboración del esbozo del plano del patio.

20. Dos docentes planifican una sesión de aprendizaje con el propósito de promover la comprensión de la localización de objetos en el contexto de navegación marítima. Para ello, conversan sobre los aspectos que deberían tomar en cuenta.

Dionicio dice: “En la navegación marítima, la dirección en la que se dirige una embarcación, se indica usando rumbos. Y un rumbo se expresa mediante el ángulo agudo formado por la dirección de la embarcación y la línea norte-sur. Por ejemplo, S30°O quiere decir que, con referencia al sentido que va de norte a sur, la embarcación se dirige 30° al oeste”.

Rebeca dice: “¡Claro! Considerando toda esta información, los estudiantes podrán resolver tareas en las que se les pida responder, utilizando planos marítimos, cómo se puede determinar la nueva localización de una embarcación que se ha trasladado en cierto rumbo con cierta velocidad constante”.

¿Cuál es la habilidad **principal** que desarrollarían los estudiantes al realizar las tareas propuestas?

- a) Describir con lenguaje geométrico el desplazamiento y la ubicación de un móvil.
- b) Explicar, utilizando planos, cómo se calculan distancias recorridas por un móvil.
- c) Evaluar rutas marítimas en planos para optimizar trayectorias de desplazamiento.