GRUPO
DOCENTE PERÚ
ALCANZANDO EL ÉXITO

MATEMÁTICA

PREPARACIÓN

EXAMEN DE ASCENSO 2023

MATEMÁTICA: CASUÍSTICA
MISCELANEA DE PROBLEMAS

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 1 y 2.

En una caja vacía se han colocado 4 bolas blancas y 3 bolas negras, todas del mismo tamaño, peso y textura.

1. ¿Cuál de las siguientes acciones se debe realizar para que la probabilidad de extraer una bola negra de la caja al azar sea 3/5?
   a) Agregar a la caja una bola blanca.
   b) Retirar de la caja dos bolas blancas.
   c) Retirar de la caja una bola de cada color.

2. Al extraer dos bolas de la caja al azar, una a una y sin reposición, ¿cuál es la probabilidad de que ambas bolas sean negras?
   a) $\frac{1}{7}$
   b) $\frac{2}{7}$
   c) $\frac{6}{7}$

3. En un censo realizado en una comunidad, se encontró que la quinta parte de las personas que pertenecen a la población económicamente activa (PEA), no cuenta con estudios superiores y no trabaja. El 35% no cuenta con estudios superiores. Además, 1 de cada 4 personas tiene estudios superiores y trabaja.
   Una empresa realizó una convocatoria a miembros de esta comunidad para una entrevista de trabajo. A esta entrevista, se presentaron todas las personas que no trabajan y pertenecen a la PEA. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer entrevistado no cuente con estudios superiores?
   a) $\frac{1}{5}$
   b) $\frac{1}{3}$
   c) $\frac{7}{20}$

4. ¿Cuál de las siguientes tareas es de **mayor** demanda cognitiva?
   a) Elaborar un desarrollo plano de un prisma pentagonal a partir de un prisma pentagonal ya construido sin desarmarlo.
   b) Reconocer la cantidad de aristas, vértices y caras de un prisma pentagonal construido en cartulina.
   c) Identificar prismas pentagonales dentro de un conjunto de cuerpos geométricos.

5. Una docente tiene como propósito que sus estudiantes logren inferir una fórmula general para encontrar la suma de los ángulos internos de un polígono.

   ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para dicho propósito?

   a) Entregar polígonos elaborados con cartulina y de diferente número de lados, y pedirles que, con el transportador, midan los ángulos internos y anoten estas medidas en cada ángulo de los polígonos elaborados. Luego, pedir que, en cada caso, sumen dichas medidas. Finalmente, preguntar por la suma de ángulos internos en cada polígono.

   b) Proporcionar una cartilla en la que se indica que la suma de ángulos internos de cualquier polígono se determina con la expresión $180°(n – 2)$. Luego, explicar que "n" corresponde al número de lados de los polígonos. Finalmente, preguntar: "¿Cuánto es la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero, de un pentágono y de un hexágono?".

   c) Pedir que dibujen un cuadrilátero, un pentágono y un hexágono para que tracen las diagonales desde un solo vértice. Luego, preguntar por la cantidad de lados del polígono, por la cantidad de triángulos que se formaron en cada polígono y por la suma de ángulos internos que resultaría en cada caso. Finalmente, preguntar por la relación que se puede establecer entre estos datos.

6. Un docente plantea el siguiente problema a sus estudiantes:

   Los lados de un hexágono regular miden 3 cm. Si se duplica la medida de cada uno de sus lados, ¿cuántas veces aumentará su área?

   Uno de los estudiantes alza la mano y comenta: "Si se duplica la medida de sus lados, entonces, el área también se duplica".

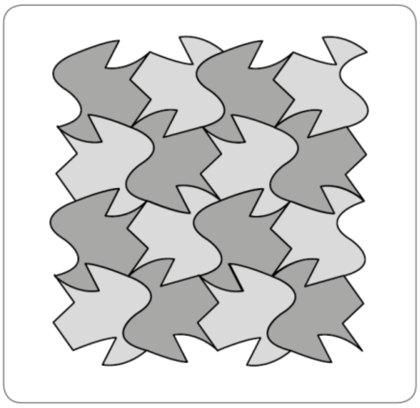
   ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más** pertinente para brindar retroalimentación al estudiante de modo que reflexione sobre su error?

   a) Pedir que construya en cartulina el hexágono original y el ampliado. Luego, preguntar: "¿Cuánto mide el lado del hexágono después de duplicar su medida?". Después, solicitarle que calcule su área y que divida el área encontrada entre 4.

   b) Solicitar que grafique el hexágono original y el ampliado. Luego, indicar que divida cada hexágono formando triángulos equiláteros de 3 cm de lado. Después, preguntar por la cantidad de triángulos formados en cada hexágono y por la comparación que se puede establecer entre estos.

   c) Entregar una cartilla con la fórmula del área del hexágono regular. Luego, pedir que encuentre las áreas del hexágono original y del ampliado. Después, comentar que la relación que se establece entre las áreas de ambos hexágonos, después de duplicar la medida de los lados, es de 1 a 4.

7. Una docente tiene como propósito **afianzar** la comprensión de las transformaciones geométricas de los estudiantes; para ello, está planificando una actividad con el uso de la siguiente imagen:



Fuente: http://math.kendallhunt.com/documents/dg4/gp_spanish/dg4gp_spn_07.pdf

Haciendo uso de la imagen presentada, ¿cuál de las siguientes actividades es pertinente para lograr su propósito?

a) Pedir que expliquen de qué manera se han usado las transformaciones geométricas en la construcción de esta imagen.
b) Solicitar que elijan una de las piezas de la imagen y representen tres transformaciones geométricas diferentes de dicha pieza, en una hoja, de modo que la roten, trasladen y reflejen.
c) Preguntar: "¿Cuáles son las transformaciones geométricas que se pueden aplicar a las figuras planas? ¿Cuál es la pieza que se repite en la imagen? ¿Cuántas veces se ha repetido?".

8. Un docente ha identificado que sus estudiantes son capaces de realizar teselaciones en un plano con figuras como rectángulos, cuadrados, rombos y romboides. Sin embargo, cuando se les pide que realicen teselaciones con otros cuadriláteros diferentes a los paralelogramos, los estudiantes no logran llevar a cabo lo solicitado.
¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para que los estudiantes superen esta dificultad?

a) Entregar la imagen de una teselación realizada con trapezoides simétricos (cometas) y pedir que reconozcan el tipo de cuadrilátero utilizado.
b) Entregar piezas de cartulina en forma de trapecios, todas congruentes, y pedir que realicen traslaciones y giros de modo que les permitan realizar la teselación del plano.
c) Entregar bloques lógicos geométricos (triángulos, cuadrados, rectángulos y hexágonos) del mismo tamaño, y pedir que ellos mismos exploren con cuáles de estos bloques pueden realizar teselaciones en el plano y con cuáles no.

9. Una docente propone la siguiente actividad a sus estudiantes:

- Observen a su alrededor objetos que tengan forma de cilindro o forma de esfera, y digan sus características.
- Representen gráficamente, en una hoja, una esfera inscrita en un cilindro. Luego, respondan: “Al comparar el radio de la esfera y el radio de las bases del cilindro, ¿estas medidas son iguales o una de ellas es mayor que la otra? ¿Por qué?”.
- Expresen el volumen de la esfera y del cilindro en función del radio; luego, dividan ambos volúmenes y, finalmente, planteen conclusiones con respecto a estos volúmenes.

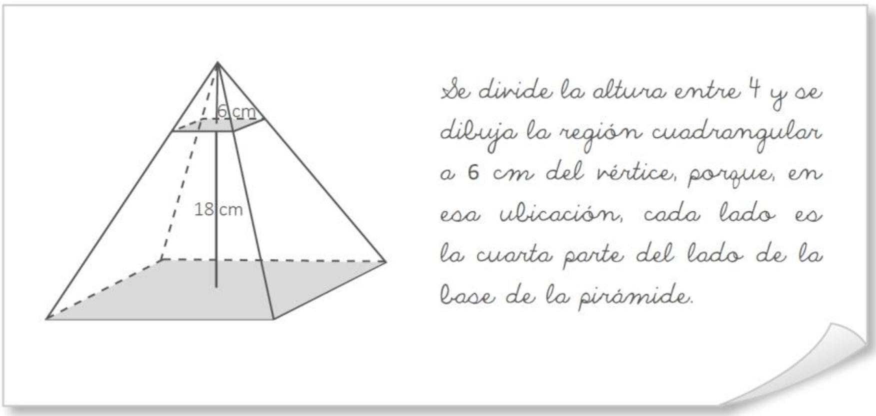
¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el **<u>principal</u>** propósito de la actividad propuesta?

a) Calcular volúmenes de una esfera y un cilindro cuando la esfera está inscrita en el cilindro.
b) Establecer relaciones entre los volúmenes de la esfera y el cilindro cuando la esfera está inscrita en el cilindro.
c) Representar gráficamente una esfera inscrita en un cilindro de modo que se evidencie que son figuras que tienen volumen.

10. Un docente está trabajando con sus estudiantes actividades que involucran sólidos geométricos. Para ello, les solicitó que representen gráficamente una pirámide cuadrangular de 24 cm de altura. Luego, les preguntó:

“¿A cuántos centímetros del vértice se debe dibujar una región cuadrangular paralela a la base cuya área sea la cuarta parte del área de la base de la pirámide? Expliquen su respuesta”.

Un estudiante presentó la siguiente resolución:



El docente busca retroalimentar al estudiante para que reflexione sobre la resolución que presentó. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es la **<u>más</u>** pertinente para conseguir este propósito?

a) Solicitarle que reconsidere su resolución, ya que, efectivamente, la longitud de cada lado de la región cuadrangular que ha dibujado mide la cuarta parte del lado de la base, pero es incorrecto señalar que el área de esta región equivale a la cuarta parte del área de la base de la pirámide. Luego, animarlo a seguir intentando resolver el problema.

b) Pedirle que revise, asignando valores, si el hecho de que el lado de la región cuadrangular sea la cuarta parte del lado de la base significa que su área también sea la cuarta parte del área de la base de la pirámide. Luego, preguntarle por la relación que debe haber entre ambos lados para que sus áreas cumplan con la condición dada.

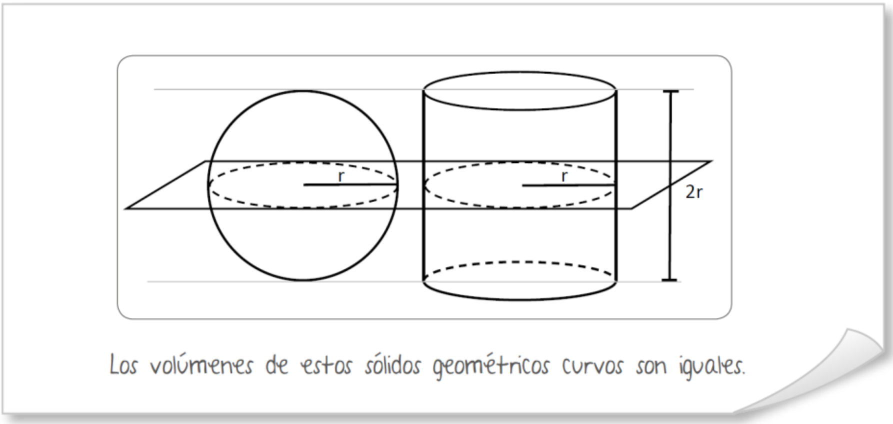
c) Proponerle valores para que se dé cuenta que el área de la región que ha dibujado es la dieciseisava parte del área de la base y decirle que, si se quiere dibujar una región cuya área sea la cuarta parte, esta debe ser dibujada a la mitad de la altura de la pirámide. Luego, pedirle que la dibuje y que compruebe asignando valores.

11. Un docente tiene como propósito que sus estudiantes comprendan cuándo dos sólidos geométricos tienen volúmenes iguales. Para ello, les presenta el siguiente principio:

    Si dos o más cuerpos tienen la misma altura y, además, tienen igual área en cualquiera de sus secciones planas tomadas a una misma altura, entonces, poseen igual volumen.

    Luego, el docente solicita a los estudiantes que, en equipos, grafiquen algunos casos en los que se cumpla este principio.

    Uno de los equipos presentó el siguiente gráfico:



    Considerando el error en el que incurrieron al interpretar el principio, ¿por qué los estudiantes de este equipo concluyen que los volúmenes de ambos sólidos son iguales?

    a) Porque consideran que es suficiente con que, en los sólidos, las áreas de sus regiones circulares, tomadas a una misma altura, al menos en un caso, sean iguales.

    b) Porque consideran que es suficiente con que los sólidos tengan superficie curva y que las áreas de sus regiones circulares máximas sean iguales.

    c) Porque consideran que es suficiente con que el plano horizontal que corta a los sólidos transversalmente determine regiones circulares.

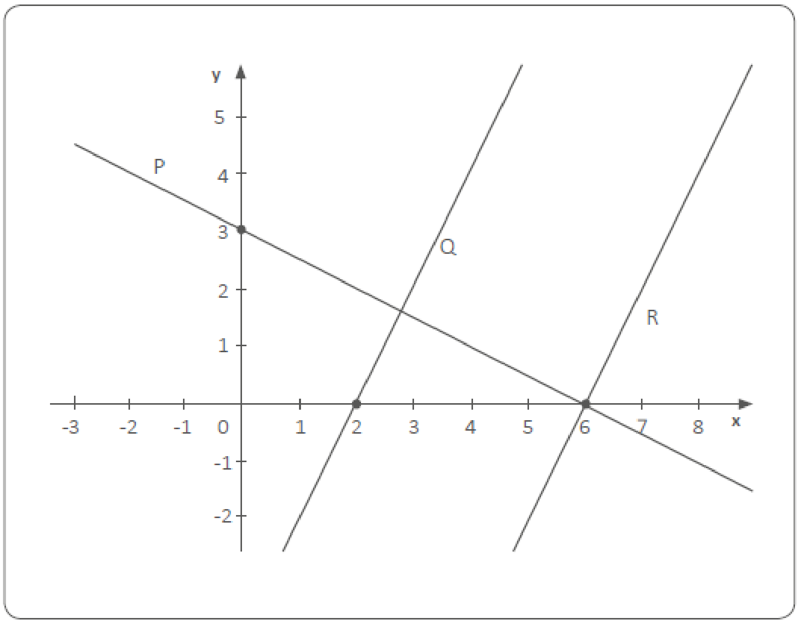
12. La recta L: $y = mx + b$, representada gráficamente en el plano de coordenadas, pasa por los puntos A(0; -6) y B(8; 0). Respecto de esta recta, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

    a) El ángulo de inclinación de la recta L, respecto al eje positivo de las abscisas, es 53°.

    b) En la recta L, “b” es un número positivo.

    c) La recta L pasa por el punto (10; 3/2)

13. El siguiente gráfico muestra las rectas P, Q y R representadas en el plano de coordenadas. La recta R es perpendicular a la recta P y paralela a la recta Q.



Con respecto a las rectas P, Q y R, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

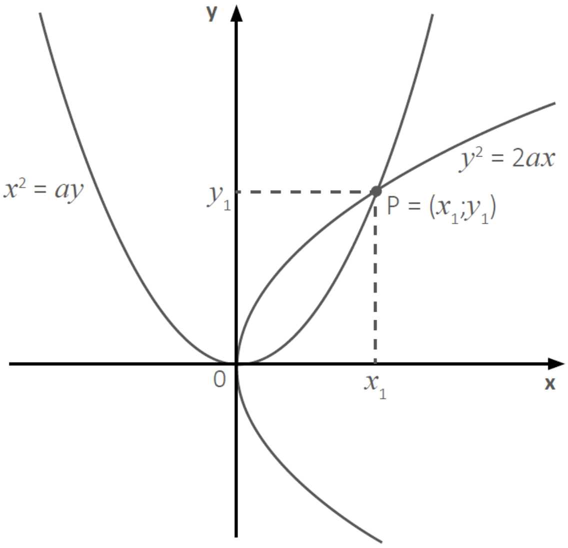
a) La pendiente de la recta Q es igual a -2.

b) El punto (15; 18) pertenece a la recta R.

c) Las rectas P y Q se intersecan en el punto (2,6; 1,8).

14. Al intersecar dos parábolas se puede conocer la longitud de la arista de un cubo que resulta de duplicar el volumen de otro.
Sea “a” la longitud de la arista del cubo cuyo volumen se desea duplicar. Además, la intersección de la parábola $x^2 = ay$ y de la parábola $y^2 = 2ax$ determina un punto $P(x_1; y_1)$, en el cual la abscisa x_1 corresponde a la longitud de la arista del cubo que tendrá el volumen duplicado.

La siguiente imagen representa la intersección de la parábola $x^2 = ay$ y de la parábola $y^2 = 2ax$.



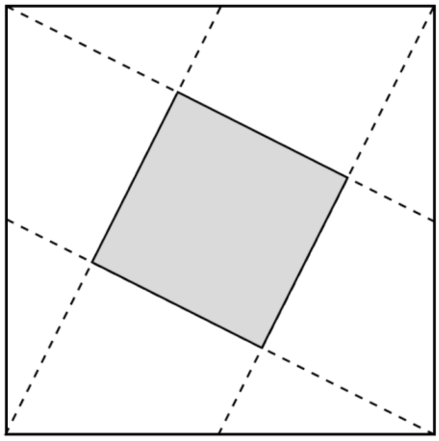
Si se desea duplicar el volumen de un cubo de 64 u^3, ¿cuáles son las ecuaciones de las parábolas que se deberán intersecar?

a) $x^2 = 4y;\quad y^2 = 8x$

b) $x^2 = 8y;\quad y^2 = 16x$

c) $x^2 = 64y;\quad y^2 = 128x$

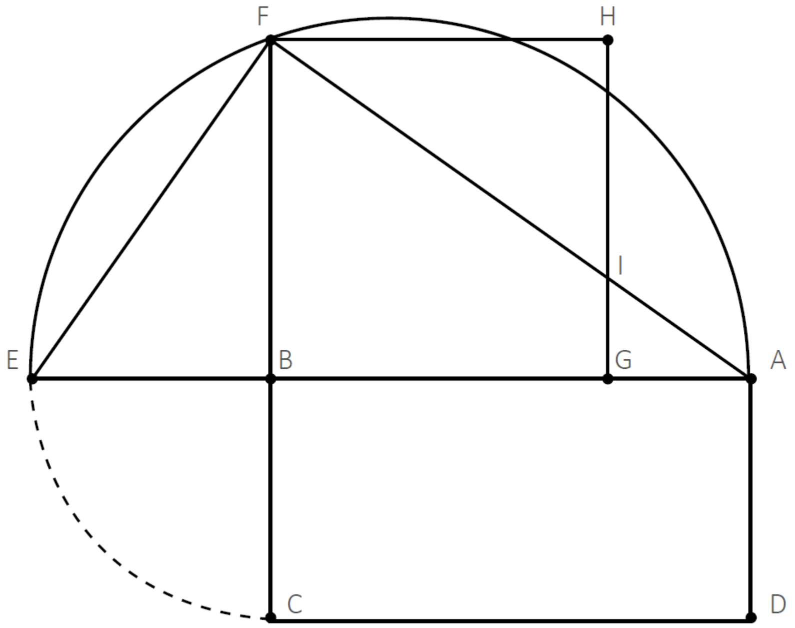
15. Un docente solicitó a sus estudiantes traer un papel de forma cuadrada de 30 cm por lado para realizar trabajos con la técnica del origami. Para ello, les pidió que doblaran el papel, de modo que las marcas que resultan de esta acción unan los vértices del cuadrado con el punto medio de uno de los lados no contiguos. Los estudiantes se dieron cuenta de que al interior del cuadrado grande de papel se había marcado un cuadrado más pequeño.
La siguiente figura representa las marcas que resultaron al doblar el papel y el cuadrado pequeño que se formó.



¿Cuánto es el área del cuadrado formado por los dobleces del papel?

a) 125 cm^2
b) 180 cm^2
c) 225 cm^2

16. Observe la siguiente figura:



La figura anterior fue realizada por un docente y sus estudiantes siguiendo el procedimiento que se presenta a continuación:

1. Trazaron un rectángulo ABCD.
2. Prolongaron el lado AB hasta el punto E de modo que el segmento BE mide igual que el segmento BC.
3. Construyeron una semicircunferencia considerando como diámetro el segmento AE.
4. Trazaron el segmento BF, perpendicular al diámetro, en el que F pertenece a la semicircunferencia.
5. Construyeron el triángulo rectángulo AFE, en el que el segmento BF es la altura relativa a la hipotenusa.
6. A partir de la medida del segmento BF, construyeron un cuadrado BFHG.

El docente tiene como propósito que sus estudiantes demuestren el teorema de la altura relativa a la hipotenusa en un triángulo rectángulo.

¿Con cuál de las siguientes acciones se logra el propósito planteado?

a) Establecer que el triángulo EBF y el triángulo FHI son congruentes.
b) Establecer que el área del cuadrado BFHG es igual al área del rectángulo ABCD.
c) Establecer que la razón entre las medidas de los segmentos BF y EF es igual a la razón entre las medidas de los segmentos AB y AF.

17. Una docente tiene como propósito promover en los estudiantes de tercer grado la comprensión de las progresiones aritméticas. Para ello conforma equipos de trabajo y les propone el siguiente problema:

> En un gran terreno hay un pozo de agua y a 10 metros de este, un agricultor sembró un árbol. Seguidamente sembró otros árboles con una distancia de separación de 4 metros entre dos árboles consecutivos. El pozo y los árboles se ubican en la misma línea recta. Determina la distancia desde el pozo hasta el enésimo árbol sembrado.

Durante el monitoreo, la docente observa que los integrantes de un equipo han resuelto el problema de la siguiente manera:

> La distancia entre árboles es 4 metros. Entonces, en n árboles habrá $4n$ metros.
>
> Sumamos 10 metros, que es la distancia del pozo al primer árbol.
>
> La distancia del pozo al enésimo árbol es $4n + 10$ metros.

¿Cuál es el error en el que incurrieron los estudiantes de este equipo de trabajo?

a) Consideraron la cantidad de árboles en lugar de la cantidad de distancias que hay entre árboles, la cual es igual a la cantidad de árboles menos 1.
b) Consideraron que todas las distancias son iguales entre sí desde el pozo hasta el enésimo árbol, en lugar de asumir que la distancia del pozo al primero es diferente.
c) Consideraron que la distancia del pozo al primer árbol es 4 m, que es igual a la distancia entre dos árboles, y que la distancia entre árboles es 10 m, que es igual a la distancia del pozo al primer árbol.

18. En una sesión de aprendizaje, un docente, con el propósito de promover la comprensión de la proporcionalidad, les presenta a los estudiantes la siguiente situación:

> A un vendedor de frutas, le quedan 30 manzanas cuyo precio es 3 manzanas por S/ 1 y otras 30 manzanas cuyo precio es 2 manzanas por S/ 1.
>
> El vendedor juntó las 60 manzanas y decidió venderlas a 5 manzanas por S/ 2, pensando en obtener el mismo monto.
>
> Finalmente, al vender las 60 manzanas, el vendedor se dio cuenta de que obtuvo S/ 1 menos de lo que hubiese obtenido si las vendía por separado.

A partir de la situación, el docente propone diversas tareas. ¿Cuál de ellas es de **menor** demanda cognitiva?

a) Explica cómo determinar la cantidad de dinero que hubiese obtenido el vendedor si vendía las manzanas de cada grupo de 30 manzanas con su precio final.
b) Explica en qué casos sí se hubiese obtenido el mismo monto al vender las manzanas según sus precios en cada grupo de 30, que vendiendo las 60 a 5 manzanas por S/ 2.
c) Explica el error del vendedor para creer que obtendría el mismo monto vendiendo las 60 manzanas con el nuevo precio que vendiendo cada grupo de 30 con el precio inicial.

19. Durante una sesión de aprendizaje, los estudiantes resuelven problemas que involucran determinar el conjunto solución de inecuaciones lineales.

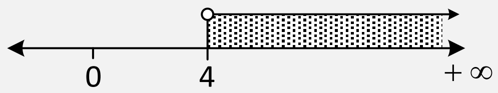
Adriana, una estudiante, presentó la siguiente resolución a uno de los problemas propuestos:

$$0 < -2x + 8$$

$$\cancel{-}8 < \cancel{-}2x$$

$$8 < 2x$$

$$4 < x$$



Rpta: $x \in]4; +\infty[$

El docente nota que Adriana ha incurrido en un error en su procedimiento. ¿Cuál de las siguientes preguntas es <u>**más**</u> pertinente para que Adriana reflexione sobre su error?

a) ¿Has multiplicado cada miembro de la inecuación por -1? Entonces, ¿qué debes hacer con el símbolo de la desigualdad de la inecuación?
b) ¿Qué indica el sentido de la desigualdad? Luego de multiplicar por un número negativo a cada miembro de la inecuación, ¿qué debe pasar con dicho sentido?
c) ¿Qué obtienes al multiplicar por -1 a un número? Si un número es menor que otro, ¿el opuesto del primero sigue siendo menor que el opuesto del segundo?

20. Una docente presenta la siguiente la siguiente situación a los estudiantes de tercer grado:

En cierto taller de confecciones, se producen x buzos deportivos con un costo total de 200 + 5x soles. Se ha establecido que el precio de venta de cada buzo deportivo sea 225 – 5x soles. ¿Cuántos buzos deportivos deberán venderse para que la ganancia sea 1500 soles?

La docente pide a los estudiantes que expresen la situación propuesta mediante una ecuación.

¿Cuál de los siguientes indicadores de evaluación se corresponde con lo solicitado por la docente?

a) Expresa lo que comprende sobre el significado de ecuaciones cuadráticas.

b) Describe el procedimiento realizado para resolver ecuaciones cuadráticas.

c) Representa simbólicamente situaciones empleando ecuaciones cuadráticas.