

## MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

### Miscelánea

1. Una docente busca promover el aprendizaje de la noción de notación científica en los estudiantes de tercer grado. ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es más pertinente para ese propósito?
  - a) Proponer ejemplos de números expresados en notación científica y de la técnica de cómo representar cantidades mediante esta notación. Luego, pedir que aplicando dicha técnica, desarrollen ejercicios y problemas de distinta demanda cognitiva.
  - b) Preguntar por lo que conocen acerca de la multiplicación y la división de números decimales por potencias de 10. Luego, indicar las características de un número expresado en notación científica y pedir que averigüen diez ejemplos donde se haga uso de esta notación.
  - c) Entregar textos con situaciones que involucran cantidades expresadas en notación científica. Luego, preguntar por las características comunes de estas cantidades y por las ventajas de expresarlas en esta notación. Además, proponer problemas que involucren dicha notación.
2. La estimación es una habilidad matemática importante que consiste en valorar una cantidad o resultado numérico.

Entre las siguientes características, ¿cuál corresponde a la estimación?

- a) Generalmente, se realiza a base del cálculo mental.
  - b) El valor asignado es preciso e indiscutible desde la perspectiva matemática.
  - c) Hace uso de fórmulas y cálculos para obtener resultados numéricos enteros.
3. Una docente pidió a los estudiantes que formulen un problema que en su proceso de resolución requiera efectuar la siguiente multiplicación:

$$4\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$$

Entre los siguientes problemas formulados por tres estudiantes, ¿cuál corresponde a lo requerido por la docente?

- a) Delia pintará un muro rectangular que tiene  $4\frac{1}{2}$  metros de largo y  $\frac{3}{4}$  de metro de altura. ¿Cuánto es el área del muro que pintará Delia?
- b) Zenón ha preparado  $4\frac{1}{2}$  litros de chicha y quiere colocar toda esa chicha en botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro. ¿Cuántas botellas de  $\frac{3}{4}$  de litro llenará Zenón?
- c) Un caño, con un caudal constante, llena un tanque vacío en  $4\frac{1}{2}$  horas. Si se usa el caño con  $\frac{3}{4}$  del caudal, ¿cuánto tardará en llenarse el tanque vacío?

4. Una docente de tercer grado tiene como propósito promover el conocimiento de los diferentes significados de la fracción. Por ello, bosqueja la siguiente situación:

Marcelo, Jorge y Casimiro solicitan un préstamo de dinero al banco para emprender un pequeño negocio. Todos sacaron como préstamo la misma cantidad de dinero.

Esta situación se debe completar añadiendo datos y una pregunta para abordar el significado de la fracción como operador, que es aquella que transforma una cantidad mediante una relación multiplicativa. ¿Cuál de las siguientes alternativas es **más** adecuada para ello?

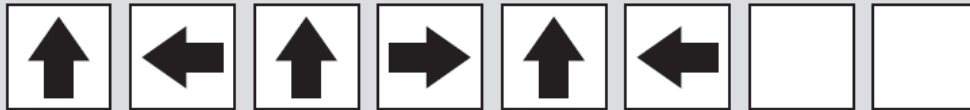
- a) Casimiro invirtió  $\frac{1}{4}$  del monto prestado en instrumentos de producción, Jorge invirtió  $\frac{1}{3}$  del monto en instrumentos de producción y Marcelo invirtió  $\frac{1}{6}$  del préstamo en instrumentos de producción. ¿Quién invirtió una fracción mayor del préstamo realizado?
- b) Cada uno invirtió una cierta parte del préstamo para implementar con instrumentos de producción así: Casimiro invirtió  $\frac{1}{4}$  del préstamo, Jorge invirtió  $\frac{1}{3}$  del préstamo y Marcelo  $\frac{1}{6}$  de su préstamo. Si el préstamo fue de 18 000 soles, ¿cuánto invirtió cada uno en implementar su empresa?
- c) Casimiro invirtió  $\frac{1}{4}$  de su préstamo en implementar su empresa, Jorge invirtió  $\frac{1}{3}$  del suyo y Marcelo invirtió  $\frac{1}{6}$  de su préstamo. ¿A qué parte de uno de los préstamos equivale lo que invirtieron, en total, los tres microempresarios en implementar sus pequeñas empresas?
5. Uno de los propósitos de una sesión de aprendizaje es promover la comprensión de los estudiantes de cuarto grado sobre los números irracionales. En ese marco, el docente les comenta que, en la actividad escolar y cotidiana, se utilizan de diversas maneras algunos números irracionales, como el número  $\pi$ . Luego, dialogan acerca del número  $\pi$ .

Entre las siguientes afirmaciones de tres estudiantes, ¿cuál expresa una comprensión del número  $\pi$  como un **número irracional**?

- a) Bernardo dice: “Sabemos que el número  $\pi$  es un número decimal y vale 3,14. Con este valor se puede calcular el área exacta de una zona circular”.
- b) Adela dice: “Si medimos el contorno y el diámetro de un objeto circular, y luego dividimos la primera medida entre la segunda, obtenemos el número  $\pi$ ”.
- c) Catalina dice: “Yo sé que el número  $\pi$  es imposible obtenerlo por medio de una división de un número entero entre otro número entero distinto de cero”.

6. Un docente tiene como propósito que los estudiantes de primer grado resuelvan problemas que involucran patrones. En ese contexto, les presenta el siguiente problema:

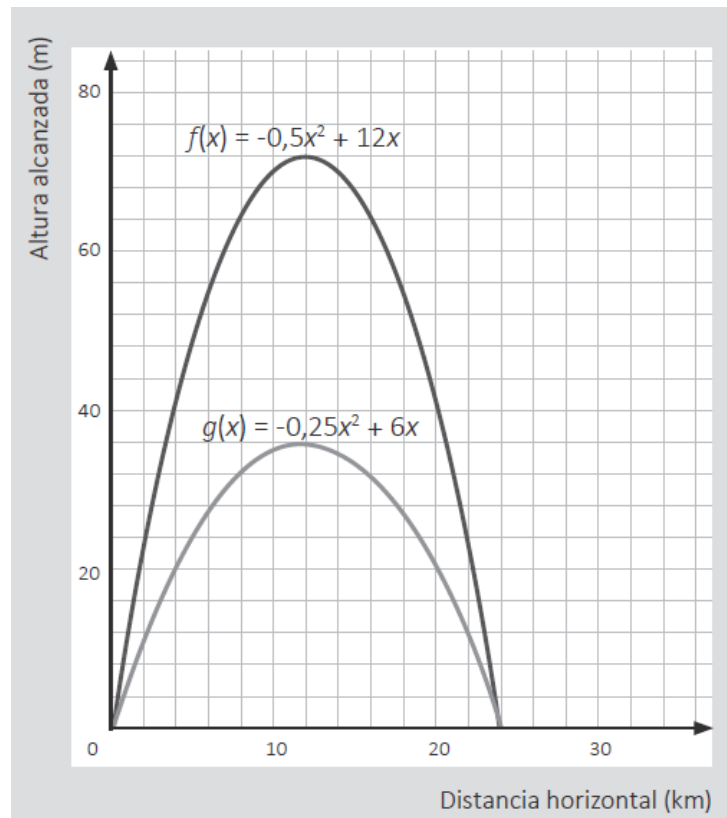
Dibuja las dos figuras que continúan en la secuencia.



Uno de los estudiantes menciona que el séptimo término debe ser una flecha hacia arriba. Sin embargo, no puede determinar la dirección que tomaría el octavo término.

De acuerdo con lo que ha mencionado el estudiante, ¿qué logro de aprendizaje evidencia?

- Reconoce una regla de formación que depende de la posición par o impar de los términos.
  - Reconoce que todos los términos de la secuencia lo constituyen flechas en diferentes posiciones.
  - Reconoce como regla de formación al movimiento de rotación respecto del término inmediato anterior.
7. Dos docentes de Matemática, Vicente y Mariana, elaboran propuestas de actividades para promover la comprensión de las funciones cuadráticas por los estudiantes de tercer grado.
- Como parte de una actividad, Mariana le muestra la representación de las trayectorias de dos proyectiles.



A partir de esta representación, Vicente propone tres tareas. ¿Cuál de ellas es de **mayor** demanda cognitiva?

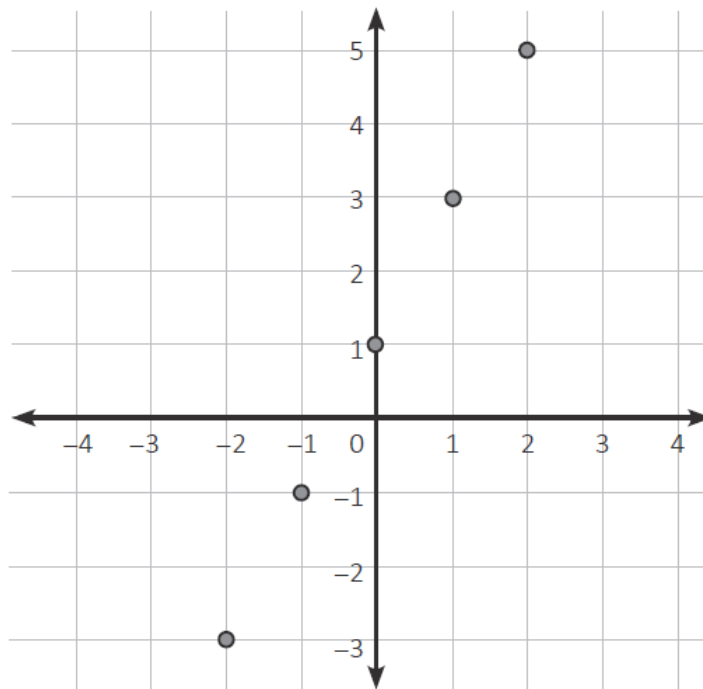
- ¿Cuál es la relación de las alturas de ambos proyectiles cuando han recorrido la misma distancia horizontal?
- ¿Qué tipo de función representan las gráficas de la trayectoria desarrollada por los proyectiles?
- ¿Cuánto es el valor máximo de la altura alcanzada por cada uno de los proyectiles?

8. Durante una sesión de aprendizaje, con el propósito de que los estudiantes interpreten y representen funciones afines, un docente les propuso la siguiente tarea:

Graficar la función  $f$  cuya regla de correspondencia es  $f(x) = 2x + 1$ , donde  $x$  es un número real.

Como respuesta, un estudiante elaboró la siguiente gráfica:

$x$	$f(x)$
-2	-3
-1	-1
0	1
1	3
2	5



¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es **más** pertinente para brindar retroalimentación al estudiante de modo que reflexione sobre su representación?

- Preguntarle si esos puntos corresponden a una recta. Luego, mencionarle que tal recta presenta una pendiente y un punto de corte con el eje vertical. Finalmente, decirle que se trata de la gráfica de una función afín.
- Preguntarle qué significa que  $x$  sea un número real. Luego, indicarle que es correcto que haya tomado esos valores para  $x$ , pero que debió haber tomado otros más. Finalmente, pedirle que una los puntos y trace una línea continua.
- Preguntarle si, en los reales, solo se admiten valores enteros o si hay otros más. Luego, en caso de que considere esos otros valores, preguntar si la gráfica sería con saltos o sería continua. Finalmente, preguntar por la forma de la gráfica.

9. Con respecto al uso del lenguaje algebraico en la formulación simbólica de la regla de formación de sucesiones numéricas, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- Facilita examinar regularidades en una sucesión numérica.
- Garantiza el descubrimiento de la regla de formación.
- Evidencia un mayor nivel de generalización.

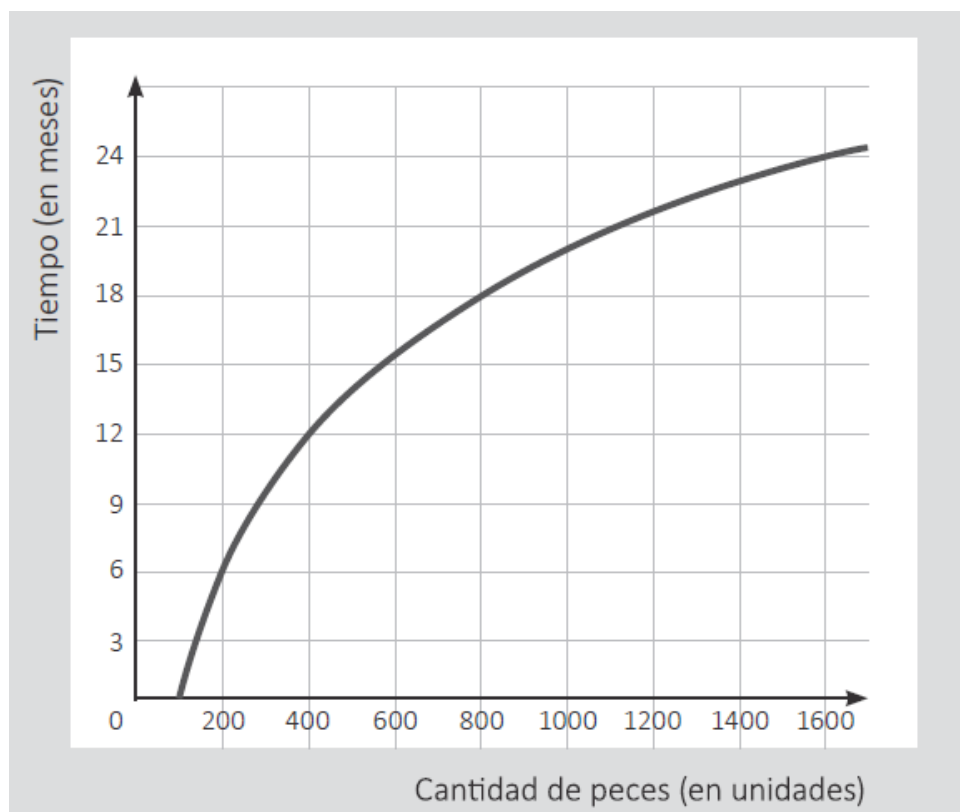
10. La prueba de carbono 14 determina la antigüedad de los restos fósiles. Para ello, se apoya en el siguiente principio:

“Luego de que un ser vivo muere, la cantidad de carbono 14 presente en sus restos se va reduciendo en periodos cíclicos. Se ha determinado que esa cantidad resulta ser la mitad de la cantidad inicial del respectivo ciclo, el cual siempre dura 5730 años”.

Al analizar un determinado fósil, se ha hallado que la cantidad de carbono 14 se redujo a  $1/64$  de la cantidad que tuvo ese ser vivo cuando murió. ¿Cuántos años de antigüedad tiene el fósil analizado?

- a) 28 650 años.
- b) 34 380 años.
- c) 40 110 años.

11. En cierta zona del mar, se habilitó un criadero en el que se introdujo una población de 100 peces adultos de determinada especie para que se reproduzcan. Según las estimaciones de sus consultores, cada 6 meses esta población se duplicará. Esta relación entre la cantidad de peces y el tiempo se presenta en la siguiente gráfica de una función logarítmica:



Respecto de la gráfica de esta función, ¿cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir?

- a) Cuando la población en el criadero sea 3200 peces, habrá transcurrido 48 meses.
- b) El aumento de peces será mayor en los 12 primeros meses que en los 12 meses siguientes.
- c) Cuando la población inicial de peces haya aumentado en 700 unidades, habrá transcurrido los primeros 18 meses.

12. Con el propósito de consolidar el aprendizaje de la función **afín**, una docente pidió a los estudiantes que, en equipos, formulen un problema que requiera el uso de dicha función. En uno de los equipos, se produjo el siguiente diálogo:

Edith dice: “Asumamos que, en cierta ciudad de nuestro país, todos los taxistas cobran un monto fijo por iniciar el servicio y adicionan otro monto que depende proporcionalmente de la distancia recorrida”.

Roberto dice: “¡Ajá! Esa situación nos puede servir para el problema. A partir de ella, podemos hacer la siguiente pregunta: ‘¿Cuál es la regla para calcular el monto total, en soles, del servicio de taxi en función de la distancia recorrida?’”.

Respecto de la pregunta planteada por Roberto, ¿cuál de los siguientes datos es suficiente añadir para responderla?

- a) Los taxistas cobran 11 soles, en total, por 2 km de recorrido y 14 soles, en total, cuando recorren 3 km.
- b) Los taxistas adicionan al monto fijo del servicio, 3 soles por cada kilómetro recorrido.
- c) Los taxistas cobran 20 soles, en total, por un servicio en el que se recorre 5 km.

13. Carlos es dueño de un hotel que tiene 50 habitaciones simples. Al proyectar sus ingresos, él ha considerado que, en cada noche de temporada alta, se pueden alquilar todas, siempre y cuando el precio sea S/ 80 por noche. Asimismo, ha proyectado que, por cada S/ 5 de incremento en el alquiler por noche, 1 habitación no se alquilará.

Carlos quiere obtener la expresión matemática que representa el ingreso diario del hotel por alquiler de sus habitaciones simples en temporada alta. Si se considera que “ $x$ ” es un número entero y representa la cantidad de incrementos de S/ 5 en el alquiler, ¿cuál es la expresión correcta?

- a)  $(50 - x)(80 + 5x)$ , siendo  $x \leq 50$
- b)  $(50 - 5x)(80 + x)$ , siendo  $x \leq 10$
- c)  $(50 - x)(80 + x)$ , siendo  $x \leq 50$

14. Para que determinado medicamento tenga un efecto benéfico en el organismo, su concentración en la sangre debe ser, por lo menos, 4 miligramos por litro de sangre.

Se conoce que  $t$  horas después de ingerir una dosis de este medicamento, la concentración en sangre es  $\frac{20t}{t^2 + 4}$  miligramos por litro de sangre.

Después de ingerir dicha dosis, ¿en qué intervalo de tiempo ocurre el efecto benéfico para el organismo?

- a) Desde el inicio de la cuarta hora en adelante.
- b) Desde el inicio de la segunda hora hasta el final de la cuarta hora.
- c) Desde el inicio de la primera hora hasta el final de la cuarta hora.

15. Con el propósito de promover la comprensión de las líneas notables de un triángulo, un docente propone a los estudiantes de tercer grado la siguiente tarea:

Un agricultor quiere repartir su terreno de forma triangular en seis sectores de igual área para cultivar distintas hortalizas.

Explica, haciendo uso de líneas notables, el procedimiento que debe seguir el agricultor para delimitar los seis sectores de su terreno.

¿Por qué la tarea propuesta por el docente es de **alta** demanda cognitiva?

- a) Porque requiere utilizar varios objetos matemáticos, como el de líneas notables de un triángulo o como la superficie de un terreno triangular.
- b) Porque requiere analizar las propiedades de las líneas notables de un triángulo y vincular dichas propiedades con las condiciones dadas en la situación.
- c) Porque requiere relacionar la cantidad de los sectores de igual área que se obtendrán al trazar líneas notables de un triángulo, con la forma de dichos sectores.

16. Con el propósito de favorecer la comprensión de las medidas de tendencia central, un docente propone a sus estudiantes el siguiente problema:

En un aula hay 30 estudiantes, y la media de sus estaturas es 150 cm. Si a este grupo se incorpora un estudiante de 155 cm de estatura, determina la media de los 31 estudiantes. Explica.

Un estudiante respondió: “Se debe calcular la media entre 150 cm y 155 cm. El resultado es 152,5 cm, el cual se debe aproximar a 153 cm”.

¿Cuál es el error **principal** que se evidencia en la respuesta del estudiante?

- a) Consideró que se debe realizar la aproximación por redondeo, después de obtener la media de un conjunto de datos.
- b) Consideró que se puede determinar la media del total de estudiantes sin conocer las estaturas de cada uno de ellos.
- c) Consideró la media de dos valores sin tomar en cuenta que uno de ellos es la media de treinta valores.



Problemas extraídos del examen de ascenso Nivel Secundaria Diciembre 2021