

# MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

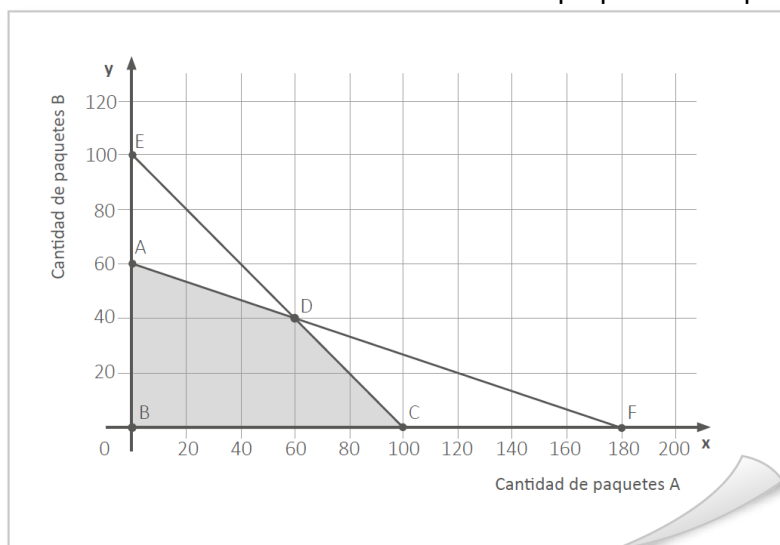
**COMPETENCIA:** Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

**Temas:** Ecuaciones e inecuaciones.

## EJERCICIO 1:

Una docente propone el siguiente problema a sus estudiantes:

Una tienda promociona dos tipos de paquetes. El paquete A contiene 1 camisa y 1 pantalón, y el paquete B, 3 camisas y 1 pantalón. En el almacén de la tienda, hay en total 180 camisas y 100 pantalones. Determinen las cantidades de paquetes de cada tipo que se podrían armar. Los estudiantes se han dividido en equipos para resolver el problema. Uno de los equipos presentó la representación gráfica del sistema de inecuaciones que modela la relación entre las cantidades de paquetes de tipo A y tipo B.



Con respecto a la gráfica presentada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) La máxima cantidad de paquetes de tipo B, que se pueden armar, es 100.
- b) En la tienda se pueden armar 20 paquetes del tipo A y 60 paquetes del tipo B.
- c) En 60 paquetes de tipo A y 40 de tipo B se utiliza el total de camisas y pantalones.

## EJERCICIO #2:

Karina contrató un plan de telefonía celular por el cual cada 30 días dispone de 10 gigabytes (GB) para navegar por internet. En ese periodo, ella utiliza la misma cantidad de gigabytes cada día, lo que origina que, al final del periodo, le quede exactamente 1 GB sin consumir.

¿Cuál de las siguientes funciones permite establecer la cantidad de gigabytes que Karina ha utilizado cuando ya transcurrieron  $t$  días de ese periodo?

- a)  $f(t) = \frac{3}{10}t + 1$
- b)  $f(t) = \frac{3}{10}t$
- c)  $f(t) = 10 - \frac{3}{10}t$

### EJERCICIO #3:

Una docente tiene como propósito evaluar que los estudiantes modelen algebraicamente situaciones de la vida cotidiana. Para ello, propuso el siguiente problema:

Un tanque tiene una capacidad de 4000 litros de agua y se abastece mediante un caño por el cual fluyen 25 litros de agua por minuto.

Si “ $V$ ” es la cantidad de agua que hay en el tanque y “ $t$ ” es el tiempo en minutos, representa algebraicamente una relación que permita calcular la cantidad de agua que contiene el tanque luego de haber transcurrido “ $t$ ” minutos desde el instante en que se abre el caño que lo abastece. Además, precisa los valores que puede tomar el tiempo “ $t$ ”. Considera que, al inicio, el tanque ya disponía de 100 litros.

La docente ha elaborado la siguiente rúbrica con las descripciones de sus niveles de logro.

En inicio	En proceso	Logrado
Expresa una relación de igualdad entre las variables que no cumple con las condiciones del problema.	Representa algebraicamente la relación funcional entre las variables.	Representa algebraicamente la relación funcional entre las variables, precisando los posibles valores de la variable independiente.

Al revisar lo efectuado por los estudiantes, la docente encuentra que uno de ellos realizó la siguiente representación:

$$V = 25t + 100t, \text{ para cualquier valor de } t$$

De acuerdo con la rúbrica presentada, ¿qué nivel de logro corresponde a la representación realizada por el estudiante?

- En inicio.
- En proceso.
- Logrado.

#### EJERCICIO #4:

Una docente tiene como propósito que los estudiantes de tercer grado resuelvan problemas que involucran ecuaciones cuadráticas. En ese contexto, les presentó el siguiente problema:

En un condominio, se formó una comisión con un representante por cada familia, para arreglar el jardín que comparten. Sus integrantes calcularon que gastarían 60 soles en comprar plantas, por lo cual decidieron asumir equitativamente ese gasto. Sin embargo, debido a que uno de sus integrantes declinó pagar lo que le correspondía, cada uno de los restantes acordó aportar 3 soles más para alcanzar dicho monto. ¿Cuántos integrantes conforman la comisión?

Tres estudiantes del aula plantearon sus respectivas ecuaciones. Ellos coinciden en que la incógnita “x” es la cantidad de integrantes de la comisión.

¿Cuál de las siguientes ecuaciones permite resolver el problema planteado?

a)  $\frac{60}{x} + 3 = \frac{60}{x-1}$

b)  $\frac{x}{60} + 3 = \frac{x-1}{60}$

c)  $\frac{60}{x} + \frac{60}{x-1} + 3 = 60$

#### EJERCICIO #5:

Durante una sesión de aprendizaje, un docente presenta a los estudiantes actividades sobre inecuaciones lineales. A continuación, se muestra una parte de la resolución que realizó un estudiante.

$$\begin{aligned} & (...) \\ 3x - 6 &< 2x \\ - 6 &< 2x - 3x \\ - 6 &< -x \\ 6 &< x \end{aligned}$$

¿Por qué es **errónea** la parte mostrada de la resolución del estudiante?

- a) Porque dejó la incógnita en el lado derecho de la inecuación.
- b) Porque manejó de manera incorrecta la propiedad del opuesto aditivo.
- c) Porque aplicó procedimientos específicos de las ecuaciones a las inecuaciones.

### EJERCICIO #6:

Una docente propone a sus estudiantes el siguiente problema:

Una empresa confecciona carteras y maletines de cuero, de un solo modelo en cada caso. En la confección de una cartera, se utiliza  $2 \text{ m}^2$  de cuero y en la de un maletín,  $3 \text{ m}^2$ . Si la empresa dispone de  $27 \text{ m}^2$  de cuero, ¿cuántas carteras y maletines se podrían confeccionar en un día?

Uno de los estudiantes, Raúl, responde: “Se pueden confeccionar 6 carteras y 4 maletines, porque se utilizará  $12 \text{ m}^2$  de cuero en las carteras y  $12 \text{ m}^2$  de cuero en los maletines”.

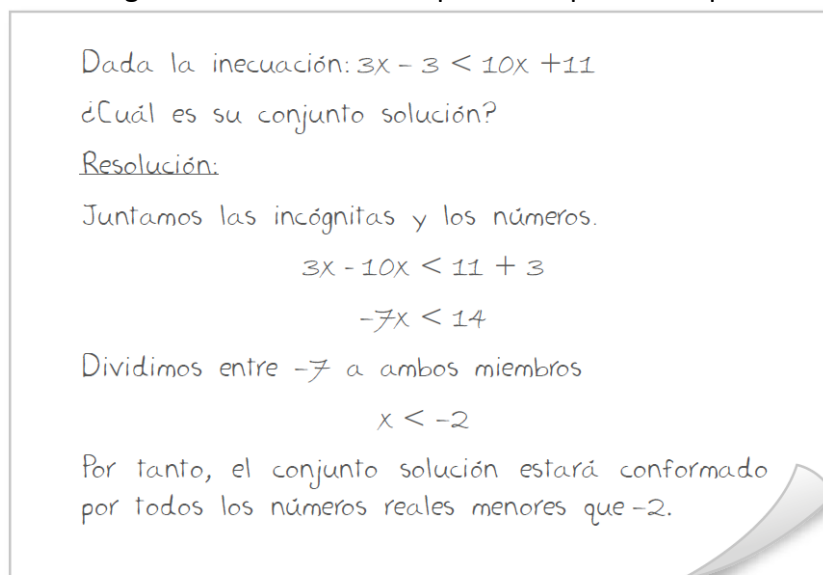
A lo que otro estudiante, Iván, interviene: “Raúl, tu respuesta es incorrecta porque en 6 carteras y 4 maletines se utilizan  $24 \text{ m}^2$  de cuero y aún alcanza para un maletín más; por eso, la respuesta correcta es 6 carteras y 5 maletines”.

¿Cuál de las siguientes alternativas expresa el error que se presenta en la intervención de Iván?

- Considerar que el problema dado tiene respuesta única.
- Asociar en sus cálculos valores de una variable que corresponden a otra.
- Prescindir del uso de ecuaciones de primer grado en la resolución del problema.

### EJERCICIO #7:

Un estudiante presentó la siguiente resolución a un problema planteado por el docente.



Dada la inecuación:  $3x - 3 < 10x + 11$   
¿Cuál es su conjunto solución?  
Resolución:  
Juntamos las incógnitas y los números.  
$$3x - 10x < 11 + 3$$
$$-7x < 14$$
Dividimos entre  $-7$  a ambos miembros  
$$x < -2$$
Por tanto, el conjunto solución estará conformado por todos los números reales menores que  $-2$ .

El docente tiene como propósito realizar una retroalimentación para que el estudiante reflexione sobre su error.

¿Cuál de las siguientes intervenciones es **más** pertinente para el logro de su propósito?

- “Revisa tu procedimiento, principalmente la división entre  $-7$ . Al dividir entre un número negativo, ¿crees que el signo de la desigualdad debe quedar tal como está?, ¿o debe cambiar de sentido?”.

- b) "Tienes que repasar. Anímate, tú puedes lograrlo. Cuando el -7 se divide a ambos lados, el signo de la desigualdad debe cambiar de sentido. Entonces, ¿qué pasa si dividimos entre un número negativo a ambos lados de la desigualdad?"
- c) "Si reemplazas un valor de x menor que -2 en la inecuación inicial, ¿se cumple con la desigualdad? Sabiendo que 1 es menor que 5, ¿el opuesto del primero seguirá siendo menor que el opuesto del segundo? ¿Cómo cambia la relación? ¿Pasará algo similar en la inecuación que forma parte de tu resolución? ¿Por qué?"

**EJERCICIO #8:**

A continuación, se presenta el procedimiento que utilizó un estudiante para resolver una ecuación cuadrática.

$$120 - 46x + 4x^2 = 60$$

$$60 - 23x + 2x^2 = 30$$

15    -2x  
4    -x

$$15 - 2x = 0 \quad \vee \quad 4 - x = 0$$

$$15 = 2x \quad \vee \quad 4 = x$$

$$x = \frac{2}{15} \quad \vee \quad x = 4$$

$$C. S. = \left\{ \frac{2}{15}; 4 \right\}$$

Sobre la resolución de la ecuación cuadrática presentada, ¿cuál es el principal error del estudiante en este procedimiento?

- a) Considerar que el producto de los factores del trinomio es igual a cero cuando antes de factorizar dicho trinomio este era igual a un número diferente de cero.
- b) Considerar que un trinomio se puede factorizar, aplicando la técnica del aspa simple, cuando este no se encuentra ordenado de forma decreciente.
- c) Considerar que el valor de la incógnita es 2/15 y satisface la ecuación  $15 = 2x$ .

**EJERCICIO #9:**

Alberto compró cierta cantidad de pesas de 10 kg y de 30 kg.

Él colocó las pesas que compró en dos cajas. Puso la misma cantidad de pesas de 10 kg en cada caja y hará lo mismo con las pesas de 30 kg.

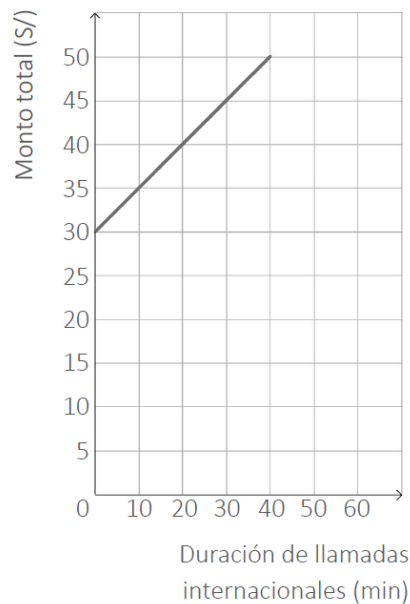
Si hubiera comprado una pesa más de 10 kg y una pesa menos de 30 kg, hubiera adquirido en total un peso menor que 100 kg. Y si hubiera comprado una pesa menos de 10 kg y una pesa más de 30 kg, hubiera adquirido en total un peso mayor que 110 kg. ¿Cuántas pesas en total compró Alberto?

- a) 6 pesas.
- b) 10 pesas.
- c) 12 pesas.

**EJERCICIO #10:**

En cierto mes, un recibo de telefonía celular que corresponde a un plan postpago para llamadas ilimitadas nacionales contempla los siguientes conceptos: cargo fijo y llamadas internacionales. A partir de la información de dicho recibo, se elaboró la siguiente gráfica:

**Monto total según duración de llamadas internacionales**



De acuerdo con esta gráfica, ¿cuál es el cargo fijo que se cobra mensualmente en el recibo de telefonía mencionado?

- a) S/ 30
- b) S/ 40
- c) S/ 50

**EJERCICIO #11:**

Emilio ha cercado un terreno rectangular de  $24 \text{ m}^2$  para la crianza de cuyes. Uno de sus lados más largos está limitado por una pared, y los otros tres lados se han cercado exactamente con una malla metálica de 14 m de longitud. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa la cantidad de metros de malla utilizada para cubrir el lado mayor del terreno?

- a) 4 m
- b) 8 m
- c) 12 m

**EJERCICIO 12:**

Abel y Beto parten del Callao con velocidades en la relación de 3 a 5 respectivamente, al encuentro de Manuel quien parte del distrito de Laraos con velocidad igual al doble de la velocidad de Abel. Si al momento del encuentro entre Beto y Manuel, Abel está a 16 km de ellos, entonces, la distancia entre el Callao y el distrito de Laraos es:

- a) 48 km
- b) 56 km
- c) 88 km