MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

Temas: ***Números Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales y Reales. Operaciones y relaciones Fracción. Significados. Operaciones.***

EJERCICIO #1:

Un docente está desarrollando el tema sobre potencias de un binomio y les propone resolver el siguiente ejercicio: $(3x+2)^2$

Un estudiante, para resolver el ejercicio escribe su fórmula así: $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ y lo aplica en el ejercicio obteniendo el siguiente resultado: $(3x+2)^2 = 9x^2 + 4$

¿Cuál de las estrategias metodológicas es la más pertinente para retroalimentar al estudiante haciendo que reflexione sobre su error y comprenda la identidad algebraica respectiva?

a) Mencionarle al estudiante que debe corregir su fórmula, la cual se desarrolla así $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ y luego orientarle para que haga la sustitución de manera correcta y halle el resultado correcto.

b) Mencionarle al estudiante que corrija su fórmula, porque al desarrollar el cuadrado de un binomio siempre se obtiene un trinomio, por lo tanto le falta un término. Luego proponerle que multiplique 3x + 2 por 3x + 2 para que se dé cuenta cuál es el término que le falta.

c) Preguntarle al estudiante: ¿qué concepto geométrico se establece al elevar al cuadrado un número? Para que comprenda y descubra el desarrollo de la identidad respectiva pedirle que grafique un cuadrado cuyos lados midan (a + b) y que escriba una expresión que indique el área de dicho cuadrado. Luego proponerle que seccione dicho cuadrado en cuadriláteros con medidas (a) y/o (b) y que calcule el área de cada uno de ellos, preguntarle ¿la suma de las áreas de las partes será igual al área total del cuadrado? luego proponerle que establezca la equivalencia y deduzca la fórmula correcta. Finalmente proponerle que aplique la identidad en el ejercicio propuesto.

EJERCICIO #2:

¿Cuál de las siguientes tareas es de **mayor** demanda cognitiva?

a) Efectúa las siguientes operaciones:

$\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{7}\right)$ $\quad$ $\frac{4}{3} \div \left(\frac{1}{5} \times \frac{3}{7}\right)$ $\quad$ $1\frac{4}{3} \div \left(2\frac{1}{5} \times 1\frac{2}{7}\right)$

b) Daniela prepara una porción de un postre e indica que se necesita $\frac{1}{4}$ de taza de azúcar. Si va a preparar 3 porciones, ¿qué parte de taza de azúcar necesitará?

c) La dosis de un medicamento para una vaca es $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$ del frasco lleno, ¿para cuántas dosis alcanza el frasco completo?

EJERCICIO #3:

Una docente está trabajando con sus estudiantes la representación de fracciones como el cociente de números enteros y les plantea la siguiente pregunta:

"¿Cuántas fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ hay entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$?".

Un estudiante dijo: "Existen muchas fracciones homogéneas, por ejemplo $\frac{5,1}{13}$; $\frac{5,2}{13}$; $\frac{5,3}{13}$ etc.".

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para brindar retroalimentación al estudiante de modo que reflexione sobre su afirmación?

a) Presentar una recta numérica y pedir que ubique en ella las fracciones $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$. Luego, solicitar que ubique, en esta recta, las expresiones $\frac{5,1}{13}$; $\frac{5,2}{13}$; $\frac{5,3}{13}$ y fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$, cuyo numerador sea un número entero entre 5 y 8.

b) Solicitar que determine la fracción que equivale a 5,1 y preguntar: "Al reemplazar la fracción que equivale a 5,1 en la expresión $\frac{5,1}{13}$, ¿qué fracción se obtendrá? ¿Será homogénea a $\frac{1}{13}$?". Luego, pedir que evalúe si las expresiones $\frac{5,2}{13}$ y $\frac{5,3}{13}$ son homogéneas a $\frac{1}{13}$.

c) Preguntar a la clase: "¿Qué ejemplos de fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ podrían compartir con su compañero?", de modo que el estudiante anote dichos ejemplos. Luego, solicitarle que seleccione aquellas fracciones que se encuentran entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$, y comparta su respuesta con la clase.

EJERCICIO #4:

Un docente tiene como propósito que sus estudiantes comprendan el significado del valor absoluto de números enteros.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para promover el logro de dicho propósito?

a) Entregar una ficha de trabajo que presente la expresión $\forall x \in \square,\ |x| = \begin{cases} x, \text{ si } x > 0 \\ 0, \text{ si } x = 0 \\ -x, \text{ si } x > 0 \end{cases}$

y que contenga ejercicios resueltos, en los que se ha hallado el valor absoluto de números enteros positivos, negativos y del cero. Luego, proponer que se guíen de estos ejercicios para resolver otros.

b) Proporcionar una recta numérica para que ubiquen en ella un número entero positivo y otro negativo. Luego, preguntar por la distancia que existe desde cada uno de esos números hasta cero. Después, pedir que traten de expresar una definición de valor absoluto considerando dichas distancias.

c) Pegar en la pizarra un cartel con el siguiente enunciado: "El valor absoluto de un número entero cualquiera es el número natural que resulta de prescindir del signo y de las barras que lo encierran". Luego, proponer que hallen |+9| y |-9| y preguntar por el resultado que se obtuvo en cada caso. Después, absolver dudas si las hubiera.

EJERCICIO #5:

Un docente tiene como propósito que sus estudiantes resuelvan problemas que implican operaciones con números enteros. Para ello, como una de las actividades propuestas, plantea la siguiente pregunta:

"¿Qué entienden por la multiplicación de dos números?".

Una estudiante responde lo siguiente: "La multiplicación es una operación que consiste en repetir varias veces un número".

Luego el docente le pregunta: "¿Cómo entiendes la multiplicación de -3 x -4? ¿Cuántas veces se repetiría el número -3 en la multiplicación?".

¿Por qué la acción docente favorece la generación del conflicto cognitivo en la estudiante?

a) Porque cuestiona el significado de la multiplicación que asume la estudiante.
b) Porque promueve la participación de la estudiante en la actividad propuesta.
c) Porque le presenta un concepto nuevo a la estudiante, como la multiplicación de números enteros.

EJERCICIO #6:

Luego de que los estudiantes han desarrollado actividades para construir la noción de número entero y sus operaciones, un docente pregunta a la clase:

"¿Es cierto que, si se adiciona un número a otro, el resultado siempre es mayor que cada uno de los sumandos?".

Una estudiante alza la mano y afirma: "Sí, siempre que se suma un número con otro, el resultado que se obtiene es mayor".

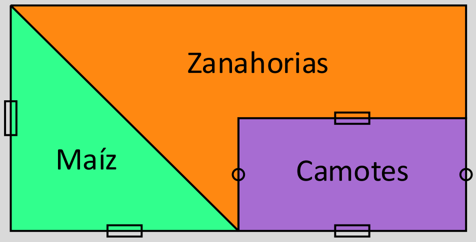
Teniendo en cuenta la afirmación de la estudiante, ¿cuál de las siguientes acciones es pertinente para generar conflicto cognitivo?

a) Solicitar que brinde un ejemplo que acompañe su afirmación. Luego, preguntar: "¿Por qué crees que, al sumar un número con otro, siempre el resultado es mayor que los sumandos? ¿Estás aplicando alguna propiedad? ¿Cuáles son las propiedades de la adición de números enteros?".
b) Entregar fichas azules, en las que cada una representa el número "+1", y fichas rojas, en las que cada una representa el número "-1". Luego, pedir que represente el número +5 utilizando fichas azules y, después, que represente el número -5 con fichas rojas.
c) Pedir que encuentre el resultado de sumar +4 y -7. Luego, preguntar: "¿El resultado que se obtiene es mayor que cada uno de los sumandos? ¿En qué casos el resultado de una adición no es mayor que los sumandos?".

EJERCICIO #7:

Un docente propone una pregunta en un examen a sus estudiantes de primer grado de secundaria:

Un terreno rectangular ha sido dividido en parcelas para sembrar maíz, camotes y zanahorias así:



¿Qué parte del terreno ha sido sembrado con zanahorias?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{2}{3}$

¿Cuál de las siguientes tareas es **<u>más</u>** pertinente para favorecer la comprensión del significado de fracción implicado en la pregunta propuesta?

a) Resolver problemas que involucren fracciones como parte-todo, con partes diferentes en su forma o tamaño.
b) Resolver problemas que involucren fracciones que expresen medidas particulares de superficies.
c) Resolver problemas que involucren fracciones como operador de magnitudes continuas.

EJERCICIO #8:

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 1 y 2.

Un docente planteó a los estudiantes de segundo grado la siguiente tarea:

Lee el siguiente enunciado:

"a y b son números racionales. Si a es un número positivo y b es un número negativo, entonces (a – b) es un número positivo".

Analiza si el enunciado es verdadero o falso, y explica por qué.

1. ¿Por qué la tarea propuesta es de **alta** demanda cognitiva?
   a) Porque la tarea requiere operar con números racionales, lo que implica un conocimiento más profundo de los conjuntos numéricos para validar el enunciado.
   b) Porque la tarea requiere una abstracción, pues implica operar con expresiones literales y no con números específicos para validar el enunciado.
   c) Porque la tarea exige analizar, mediante una estrategia, una expresión simbólica para validar el enunciado.

2. Ante la tarea planteada por el docente, la respuesta de un estudiante fue la siguiente: "Es falso porque no se puede saber si (a – b) es un número positivo o negativo; depende de los valores que toman a y b".

   ¿Cuál de las siguientes alternativas explicaría el error del estudiante?

   a) Asocia las variables a y b únicamente con los números positivos y, por esta razón, no considera que, en este caso, −b representa a un número positivo.
   b) Desconoce las propiedades de las desigualdades para determinar si la expresión (a – b) es mayor o menor que cero, razón por la cual no puede generalizar.
   c) Considera que la sustracción siempre implica disminución, razón por la cual abre la posibilidad de que el resultado sea también negativo.

EJERCICIO #9:

Una docente percibe que muchos estudiantes piensan que una fracción es un número que expresa una cantidad determinada de partes o elementos que se toman respecto de una unidad dividida en partes iguales.

Ante esto, la docente busca generar conflicto cognitivo en estos estudiantes. ¿Cuál de las siguientes preguntas es pertinente para ello?

a) ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre una parte y la cantidad total de elementos del mismo conjunto, por ejemplo, la fracción que representa la cantidad de manzanas respecto de la cantidad de frutas de un cesto en el que hay manzanas y naranjas?
b) ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre una y otra parte del mismo conjunto, por ejemplo, la fracción que representa la cantidad de varones respecto de la cantidad de mujeres de un aula?
c) ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre las partes no tomadas y el total, por ejemplo, la fracción que representa la parte sobrante respecto de la barra completa de un chocolate?

EJERCICIO #10:

Una nueva empresa de transportes en la ciudad de Trujillo, inició sus actividades en enero del año 2022 con cierta cantidad de personal contratado. Al empezar la segunda mitad del año, la empresa contrató a una cantidad adicional de personal igual a la mitad del total de los contratados en enero. Se sabe que, por apertura de una segunda sede de la empresa en la ciudad de Lima, al cabo de tres meses, la tercera parte del total de los trabajadores contratados ese año se trasladarán a esta nueva sede.

Con respecto a la cantidad de trabajadores que permanecerán en la primera sede, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) La cantidad de trabajadores que se mantendrá será menor que la que se contrató en el mes de enero.
b) La cantidad de trabajadores que se quedará será la misma que la que se contrató en el mes de enero.
c) La cantidad de trabajadores que permanecerá será mayor que la que se contrató en el mes de enero.

EJERCICIO #11:

Dos personas se ponen a jugar a las cartas a 8 soles la partida. Juan empezó el juego con 120 soles y la Pedro, con 80 soles. Luego de cierto número de partidas, Pedro tiene 4 veces lo que le queda a Juan. ¿Cuántas partidas más que Juan ha ganado Pedro?

a) 15
b) 10
c) 4

EJERCICIO #12:

En una reunión se encuentran presentes tantos hombres como tres veces el número de mujeres. En un determinado momento se retiraron 20 parejas, quedando el número de hombres cinco veces el número de mujeres. ¿Cuántas personas habían inicialmente?

a) 30
b) 90
c) 120

EJERCICIO #13:

Una docente pide que los estudiantes de cuarto grado determinen en cuál o cuáles de los conjuntos numéricos (enteros, racionales, irracionales o reales), excluyendo al cero como divisor, la división cumple la siguiente propiedad:

La propiedad de clausura se cumple cuando al realizar una operación matemática con dos números cualquiera que pertenecen a cierto conjunto numérico, el resultado de dicha operación es un número que siempre pertenece al mismo conjunto.

Tres estudiantes contestan. ¿Quién responde correctamente?

a) Carmen dice: “En dos conjuntos: en el conjunto de números racionales y en el de números reales”.
b) Gloria dice: “Únicamente en el conjunto de números reales; no en los otros conjuntos numéricos mencionados”.
c) Marco dice: “En el conjunto de números enteros, en el de los racionales, en el de los irracionales y, también, en el de los reales”.

EJERCICIO #14:

Una docente pidió a los estudiantes que formulen un problema que en su proceso de resolución requiera efectuar la siguiente multiplicación:

$$4\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$$

Entre los siguientes problemas formulados por tres estudiantes, ¿cuál corresponde a lo requerido por la docente?

a) Delia pintará un muro rectangular que tiene $4\frac{1}{2}$ metros de largo y $\frac{3}{4}$ de metro de altura. ¿Cuánto es el área del muro que pintará Delia?

b) Zenón ha preparado $4\frac{1}{2}$ litros de chicha y quiere colocar toda esa chicha en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro llenará Zenón?

c) Un caño, con un caudal constante, llena un tanque vacío en $4\frac{1}{2}$ horas. Si se usa el caño con $\frac{3}{4}$ del caudal, ¿cuánto tardará en llenarse el tanque vacío?