MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

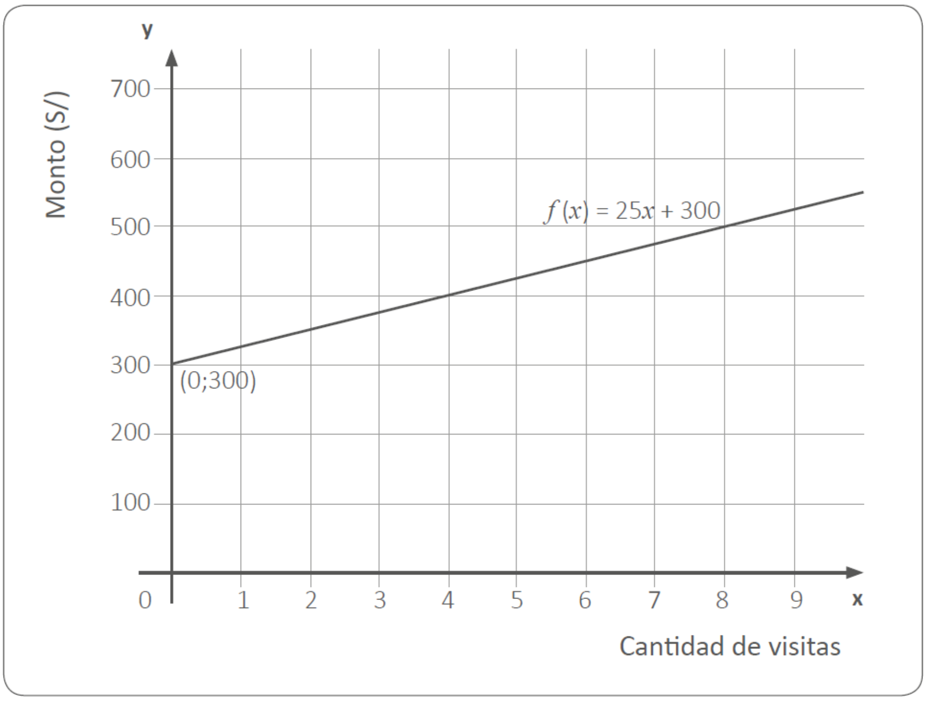
COMPETENCIA: Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.

Temas: Ecuaciones e inecuaciones.

1. Un docente les presentó a sus estudiantes la siguiente situación:

   Un club campestre cobra 40 soles por la entrada de un adulto y 20 soles por la de un niño menor de 12 años. Sin embargo, si una persona realiza un pago anual de 300 soles, podrá ingresar con su cónyuge e hijos menores de 18 años, pagando solo el 25% del importe de cada entrada, además de tener otros beneficios.

   La siguiente gráfica representa la función que modela el monto a pagar en relación con la cantidad de visitas de una familia compuesta por una pareja de esposos y su hijo de 8 años, sabiendo que hicieron el pago anual.



   El docente tiene como propósito que sus estudiantes interpreten la pendiente de la gráfica de una función afín.

   ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas promueve el logro de este propósito?

   a) Solicitar que identifiquen las magnitudes que se están relacionando y preguntar por el monto total, en soles, que resulta de realizar 1, 2 y 3 visitas. Luego, pedir que digan en cuánto aumentará el monto por cada visita que realizará esta familia.
   b) Solicitar que identifiquen dos puntos de la recta. Luego, pedir que resten las ordenadas de ambos puntos y también sus abscisas para luego dividir ambos resultados. Finalmente, pedir que reconozcan ese cociente en la expresión algebraica $f(x) = 25x + 300$.
   c) Solicitar que resalten la expresión algebraica y que identifiquen el valor que representa la pendiente de la recta y su intercepto con el eje “y”. Luego, pedir que reemplacen valores en esta expresión para calcular el monto que corresponde para 10, 30 y 70 visitas.

2. ¿Cuál de las siguientes tareas involucra el uso de una función periódica?

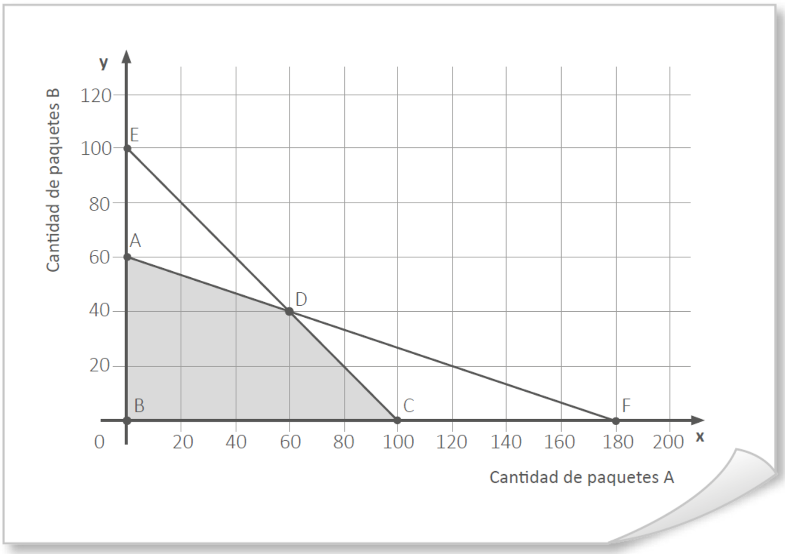
   a) Representar gráficamente la secuencia de pasos de la coreografía en la que una persona repite tres veces los siguientes movimientos: con las manos arriba girar a la derecha, ponerse en cuclillas y saltar impulsándose hacia arriba.

b) Representar gráficamente la relación entre la distancia recorrida y el tiempo transcurrido durante los primeros 10 minutos en una carrera en la que un maratonista corre a razón de 200 m/min sobre una pista atlética de 400 m de longitud, que está ubicada alrededor de un campo de fútbol.

c) Representar gráficamente la relación entre la distancia que separa a un empresario de la ciudad A cuando viaja continuamente a la cuidad B o viceversa, y el tiempo transcurrido, sabiendo que demora 1 día en trasladarse de una ciudad a otra y permanece 5 días en cada ciudad.

3. Emilio ha cercado un terreno rectangular de 24 m2 para la crianza de cuyes. Uno de sus lados más largos está limitado por una pared, y los otros tres lados se han cercado exactamente con una malla metálica de 14 m de longitud. ¿Cuál de las siguientes alternativas representa la cantidad de metros de malla utilizada para cubrir el lado mayor del terreno?
   a) 4 m
   b) 8 m
   c) 12 m

4. Una docente propone el siguiente problema a sus estudiantes:
   Una tienda promociona dos tipos de paquetes. El paquete A contiene 1 camisa y 1 pantalón, y el paquete B, 3 camisas y 1 pantalón. En el almacén de la tienda, hay en total 180 camisas y 100 pantalones. Determinen las cantidades de paquetes de cada tipo que se podrían armar.
   Los estudiantes se han dividido en equipos para resolver el problema.
   Uno de los equipos presentó la representación gráfica del sistema de inecuaciones que modela la relación entre las cantidades de paquetes de tipo A y tipo B.



   Con respecto a la gráfica presentada, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?
   a) La máxima cantidad de paquetes de tipo B, que se pueden armar, es 100.
   b) En la tienda se pueden armar 20 paquetes del tipo A y 60 paquetes del tipo B.
   c) En 60 paquetes de tipo A y 40 de tipo B se utiliza el total de camisas y pantalones.

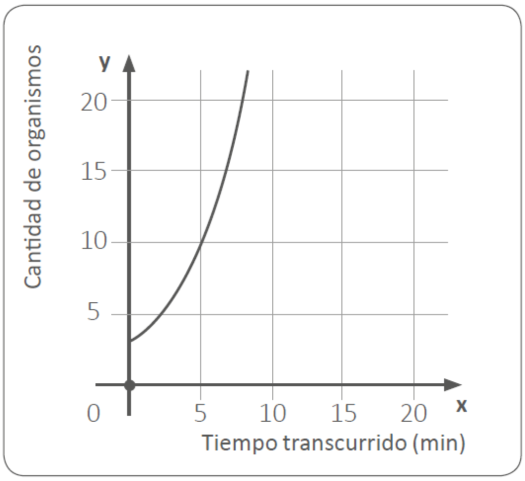
5. Se quiere construir una caja, sin tapa, cuya base y caras laterales sean rectangulares. Para ello, se utilizará una lámina de cartón rectangular cuyas dimensiones son de 30 cm y 20 cm.
   El primer paso para la construcción de la caja será recortar cuadrados de lado “x” en las esquinas y, luego, se doblarán los lados hacia arriba.
   ¿Cuál de las siguientes expresiones representa el área de la base de la caja en centímetros cuadrados?
   a) $A(x) = 600 – 100x + 4x^2$
   b) $A(x) = 600 – 50x + x^2$

c) $A(x) = 600 - 4x^2$

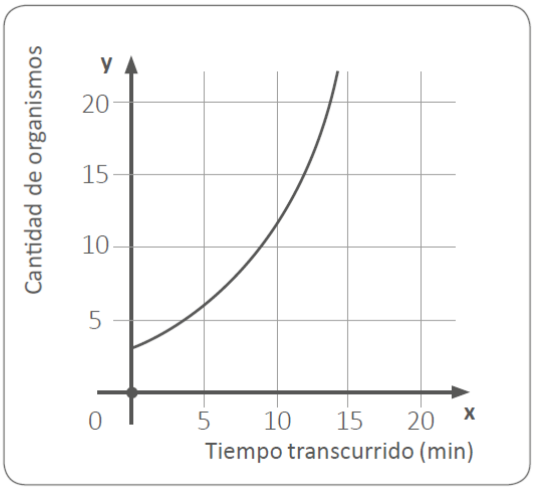
6. La función $f(x) = x^2$ y la función $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ fueron representadas gráficamente en el mismo plano de coordenadas mediante parábolas.
¿Cuál de las siguientes afirmaciones expresa la relación entre los vértices de estas parábolas?
   a) El vértice de la parábola que representa a $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ se ubica a 2 unidades a la derecha y 1 unidad hacia arriba del vértice de la parábola que representa a $f(x) = x^2$.
   b) El vértice de la parábola que representa a $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ se ubica a 2 unidades a la derecha y 1 unidad hacia abajo del vértice de la parábola que representa a $f(x) = x^2$.
   c) El vértice de la parábola que representa a $g(x) = (x - 2)^2 + 1$ se ubica a 2 unidades a la izquierda y 1 unidad hacia arriba del vértice de la parábola que representa a $f(x) = x^2$.

7. Existen organismos unicelulares que se reproducen duplicándose. En un laboratorio y bajo condiciones óptimas, un tipo de organismo unicelular se duplica cada 5 minutos. Si había 3 de ellos cuando se empezó a realizar la observación, ¿cuál de las siguientes gráficas representa la función que modela la cantidad de organismos unicelulares en relación con el tiempo transcurrido en minutos?

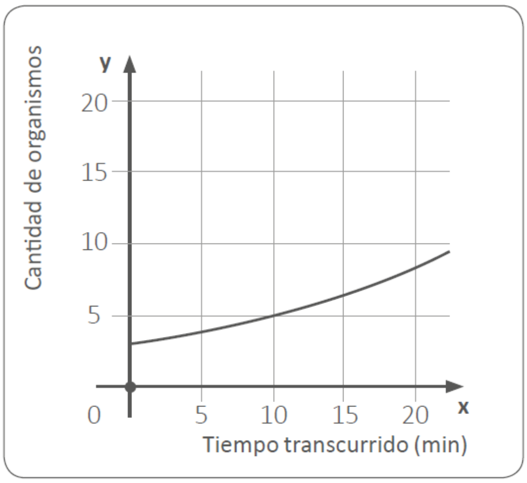
a



b



c



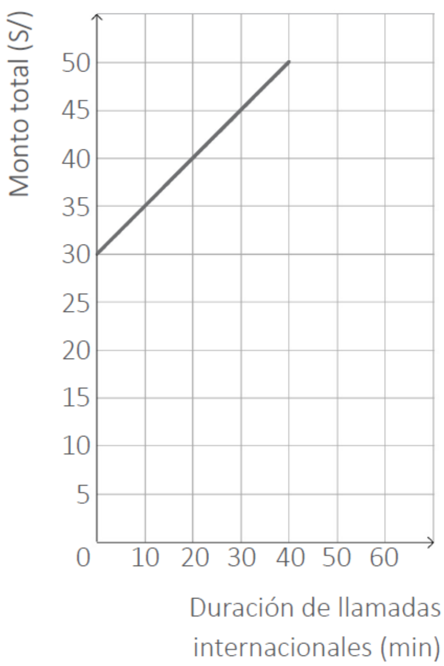
8. Una docente desarrolla una sesión de aprendizaje cuyo propósito es lograr que los estudiantes representen e interpreten la gráfica de funciones cuadráticas. Para ello, realiza un seguimiento a la labor de los estudiantes de graficar la función cuadrática $f(x) = x^2$; luego, les pide que la describan. Después, monitorea el análisis del desplazamiento de la gráfica de acuerdo con determinados parámetros, para lo cual grafican las funciones $g(x) = x^2 - 1$; $h(x) = (x + 1)^2$.

Luego, la docente les propone a los estudiantes las siguientes tareas adicionales. ¿Cuál de ellas es de mayor demanda cognitiva?

a) Identificar el vértice y los puntos de intersección de la gráfica de $f(x) = x^2 – 2x + 1$ con cada uno de los ejes coordenados.
b) Describir cómo debe desplazarse la gráfica de la función $f(x) = x^2$ para que, en la nueva gráfica, el vértice sea (2; -5). Luego, representarla simbólicamente.
c) Representar simbólicamente la función cuadrática que se ha desplazado horizontalmente $5\sqrt{2}$ unidades hacia la derecha, respecto de la función de forma $f(x) = x^2$.

9. En cierto mes, un recibo de telefonía celular que corresponde a un plan postpago para llamadas ilimitadas nacionales contempla los siguientes conceptos: cargo fijo y llamadas internacionales. A partir de la información de dicho recibo, se elaboró la siguiente gráfica:

Monto total según duración de llamadas internacionales



De acuerdo con esta gráfica, ¿cuál es el cargo fijo que se cobra mensualmente en el recibo de telefonía mencionado?

a) S/ 30
b) S/ 40
c) S/ 50

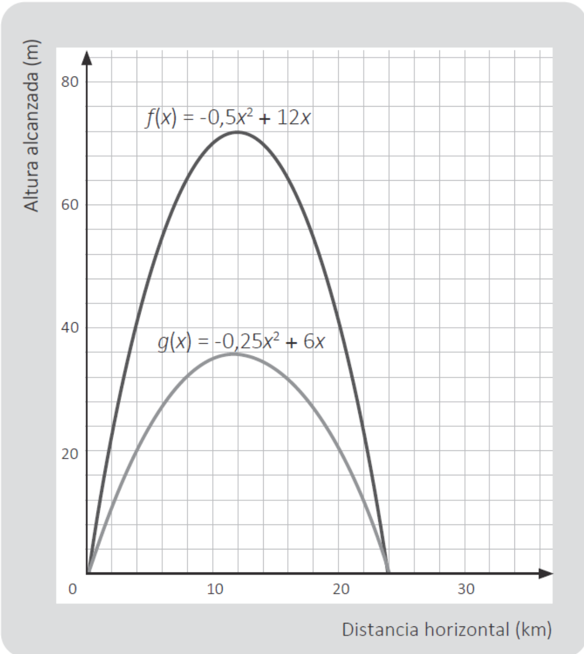
10. Karina contrató un plan de telefonía celular por el cual cada 30 días dispone de 10 gigabytes (GB) para navegar por internet. En ese periodo, ella utiliza la misma cantidad de gigabytes cada día, lo que origina que, al final del periodo, le quede exactamente 1 GB sin consumir. ¿Cuál de las siguientes funciones permite establecer la cantidad de gigabytes que Karina ha utilizado cuando ya transcurrieron t días de ese periodo?

a) $f(t) = \frac{3}{10}t + 1$

b) $f(t) = \frac{3}{10}t$

c) $f(t) = 10 - \frac{3}{10}t$

11. Dos docentes de Matemática, Vicente y Mariana, elaboran propuestas de actividades para promover la comprensión de las funciones cuadráticas por los estudiantes de tercer grado. Como parte de una actividad, Mariana le muestra la representación de las trayectorias de dos proyectiles.



A partir de esta representación, Vicente propone tres tareas. ¿Cuál de ellas es de **mayor** demanda cognitiva?

a) ¿Cuál es la relación de las alturas de ambos proyectiles cuando han recorrido la misma distancia horizontal?

b) ¿Qué tipo de función representan las gráficas de la trayectoria desarrollada por los proyectiles?

c) ¿Cuánto es el valor máximo de la altura alcanzada por cada uno de los proyectiles?

12. Una **docente tiene como propósito evaluar que los estudiantes modelen algebraicamente situaciones de la vida cotidiana. Para ello, propuso el siguiente problema:**

Un tanque tiene una capacidad de 4000 litros de agua y se abastece mediante un caño por el cual fluyen 25 litros de agua por minuto.
Si "*V*" es la cantidad de agua que hay en el tanque y "*t*" es el tiempo en minutos, representa algebraicamente una relación que permita calcular la cantidad de agua que contiene el tanque luego de haber transcurrido "*t*" minutos desde el instante en que se abre el caño que lo abastece. Además, precisa los valores que puede tomar el tiempo "*t*". Considera que, al inicio, el tanque ya disponía de 100 litros.

La docente ha elaborado la siguiente rúbrica con las descripciones de sus niveles de logro.

En inicio	En proceso	Logrado
Expresa una relación de igualdad entre las variables que no cumple con las condiciones del problema.	Representa algebraicamente la relación funcional entre las variables.	Representa algebraicamente la relación funcional entre las variables, precisando los posibles valores de la variable independiente.

Al revisar lo efectuado por los estudiantes, la docente encuentra que uno de ellos realizó la siguiente representación:

$V = 25t + 100t$, para cualquier valor de t

De acuerdo con la rúbrica presentada, ¿qué nivel de logro corresponde a la representación realizada por el estudiante?

a) En inicio.

b) En proceso.

c) Logrado.