

MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

Competencia: Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.

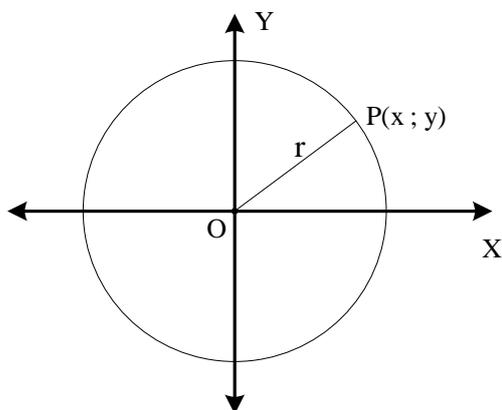
Temas: Geometría Analítica: Ecuación de la circunferencia.

CIRCUNFERENCIA

Definición

Es el lugar geométrico de todos los puntos contenidos en un mismo plano tal que cualquier punto de la circunferencia Equidista de un punto fijo llamado centro una distancia conocida como “**RADIO**”.

Circunferencia con centro **en el origen**:



Centro: $O(0; 0)$

Radio: r

P es cualquier punto de la circunferencia.

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = r^2$$

$$\Rightarrow r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Circunferencia con centro **fuera del origen**:

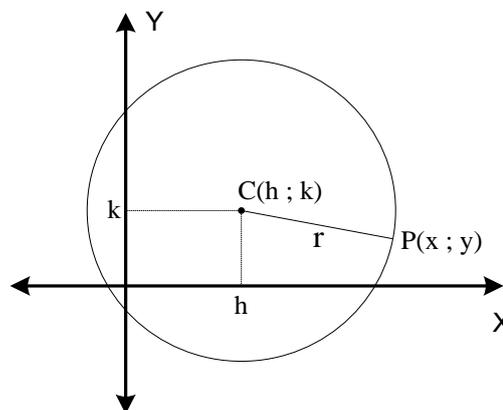
Por definición: $d_{\overline{CP}} = r$

Centro: $C(h; k)$

Radio: r

P es cualquier punto de la circunferencia.

$$\Rightarrow r^2 = (x - h)^2 + (y - h)^2$$



Ejemplos:

I) $C_1 : (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 16$

Centro: $(2; 1)$

Radio: 4

II) $C_2 : (x + 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$

Centro: $(-3; -1)$

Radio: 2

III) $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 0 \Rightarrow$ Centro: $(2; 3)$

$$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 13 \quad \text{Radio} = \sqrt{13}$$

ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

Forma general o canónica: $(x - h)^2 + (y - h)^2 = r^2$

Forma ordinaria: $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$

PROBLEMAS SOBRE ECUACIÓN DE LA CIRCUNFERENCIA

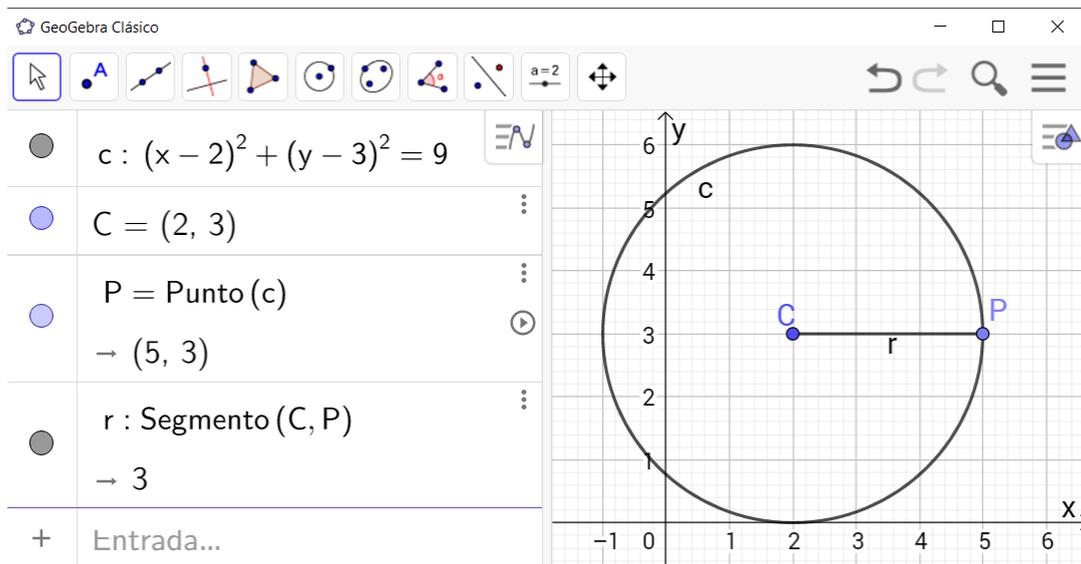
1. Hallar la longitud de una circunferencia cuya ecuación es $25x^2 + 25y^2 + 30x - 20y - 62 = 0$.
2. Halla la distancia mínima del punto (3 ; 9) a la circunferencia $x^2 + y^2 - 26x + 30y + 313 = 0$.
3. Hallar la ecuación de la circunferencia inscrita en el triángulo de vértices A(-1; 0); B(2; 2,25) y C(5; 0).
4. Hallar la ecuación de una circunferencia tangente a las rectas: $L_1 : x + y + 4 = 0$; y $L_2 : 7x - y + 4 = 0$ y tenga su centro en la recta $4x + 3y - 2 = 0$.

CASUÍSTICA

5. El profesor Galois tiene como propósito desarrollar en sus alumnos de 5to grado de secundaria la comprensión de la ecuación de la circunferencia.

¿Cuál de las siguientes actividades es **más** pertinente para lograr su propósito?

- a) Presentar a los estudiantes ejemplos que dan la idea de circunferencia, como por ejemplo un aro de hula hula y hacer que midan el diámetro, luego que dividan entre 2 para obtener el radio "r" y finalmente proponer que escriban la ecuación $x^2 + y^2 = r^2$, la cual representa a la ecuación con centro en el origen del sistema de coordenadas cartesianas y si desean que el centro sea un punto de coordenadas (h, k), fuera del origen, deben escribir la ecuación $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$. Luego proporcionar ejercicios como por ejemplo hallar la ecuación de una circunferencia
- b) Presentar una circunferencia con centro C(2;3) y un radio igual a 3 unidades, luego preguntarle ¿Cómo representarías en forma general a las coordenadas de cualquier punto de la circunferencia? Aplicando la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano, basado en el teorema de Pitágoras, ¿Cómo se expresa la distancia desde el centro C hasta cualquier punto de la circunferencia? ¿Esta representación se cumple para cualquier punto de la circunferencia?
Grafica otra circunferencia con centro en otro cuadrante y otro radio y halla las ecuación respectiva.
- c) Presentar a los estudiantes un modelo de circunferencia en Geogebra con todos sus elementos y que descubran la relación que hay entre las coordenadas del centro, el radio y los valores presentados en la ecuación de la circunferencia "c", así:



6. Un docente presentó a los estudiantes la ecuación de la circunferencia $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 16$ y pidió que identifiquen las coordenadas del centro y la longitud del radio de dicha circunferencia.

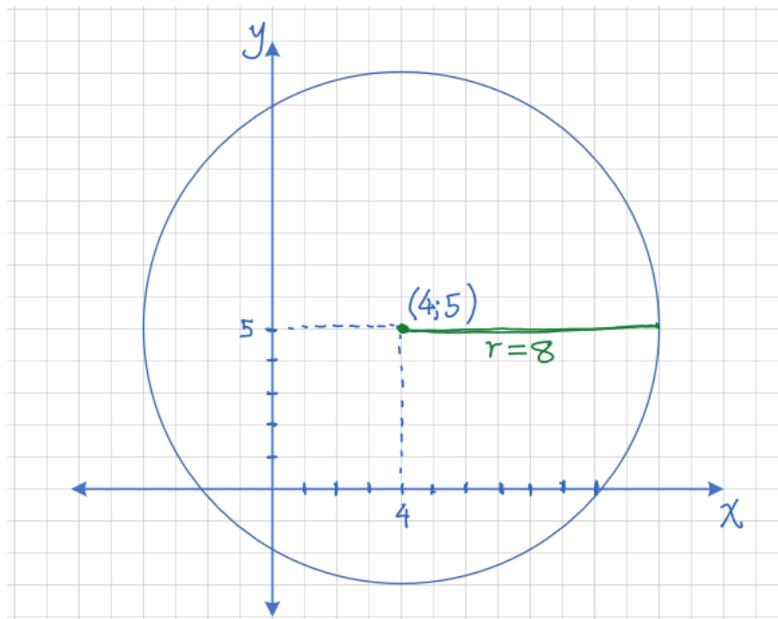
Pedro, uno de los estudiantes levanta la mano para participar y dice: El centro de la circunferencia está representado por el par ordenado $(-3; 5)$ y el radio mide 4 unidades.

¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es la **más** pertinente para retroalimentar y hacer reflexionar al estudiante sobre su error?

- Proponerle al estudiante que grafique en un sistema de coordenadas cartesianas el punto $(-3; 5)$ como centro de la circunferencia y que trace con su compás una circunferencia con un radio de 4 u, luego, estratégicamente, que ubique un punto (x, y) de la circunferencia. Luego, pedirle que exprese la distancia (radio) de 4 u como una representación de la distancia desde el centro hasta el punto (x, y) . Finalmente preguntarle ¿Se ha obtenido la ecuación original de la circunferencia? ¿Cuál es la relación entre las coordenadas del centro de una circunferencia y la ecuación de la circunferencia? ¿Cuáles son las coordenadas del centro de la circunferencia correspondiente a la ecuación presentada inicialmente?
- Presentarle al estudiante la ecuación de la circunferencia en forma general $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ y mencionarle que las coordenadas del centro es (h, k) , luego proponerle que analice nuevamente la ecuación presentada y que determine las coordenadas del centro de la circunferencia.
- Explicar al estudiante que a la ecuación de la circunferencia $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 16$, lo podemos expresar como el modelo general así: $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$ cuyo centro es el punto de coordenadas (h, k) , obteniéndose la forma: $(x - 3)^2 + (y - (-5))^2 = 4^2$, donde ya se puede identificar a los componentes del par ordenado que representa al centro, finalmente concluyendo que el centro es el par ordenado $(3; -5)$ y el radio mide 4 u.

7. ¿Cuáles de las siguientes tareas es de mayor demanda cognitiva?
- Hallar la ecuación de una circunferencia con centro en el punto de coordenadas $(2; -4)$ con un radio igual a $2\sqrt{3}$ u.
 - Hallar la longitud de una circunferencia cuya ecuación es $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 15 = 0$.
 - La ecuación de una circunferencia es $x^2 + y^2 - 6x + 2ny + n - 20 = 0$. Si se sabe que su longitud mide 14π u, halle el valor de n de modo que el centro de la circunferencia se encuentre en el cuarto cuadrante.

8. Un docente propuso a sus estudiantes graficar una circunferencia cuya ecuación canónica es $(x + 4)^2 + (y + 5)^2 = 16$. Un estudiante presentó el siguiente gráfico



¿Cuál es el error o errores en que incurre el estudiante?

- Confunde la raíz cuadrada con dividir entre 2.
- Obtiene las coordenadas en forma errónea de la ecuación canónica de la circunferencia.
- Obtiene las coordenadas en forma errónea de la ecuación canónica de la circunferencia y confunde la raíz cuadrada con dividir por 2.