PRÁCTICA 22
MATEMÁTICA: CASUÍSTICA

Temas: ***Números Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales y Reales. Operaciones y relaciones Fracción. Significados. Operaciones.***

1. ¿Cuál de las siguientes tareas es de **mayor** demanda cognitiva?

   a) Si un hexágono representa $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$ de una unidad, ¿cuántos hexágonos conforman la unidad?

   b) Efectúa las siguientes operaciones:

   $\frac{1}{5} \times \frac{7}{8}$ $\quad\quad$ $\frac{2}{3} \times 4\frac{4}{5}$ $\quad\quad$ $2\frac{5}{30} \times 3\frac{4}{18}$

   c) Sergio está preparando una receta que indica que, por cada porción, se necesita $\frac{1}{4}$ de taza de azúcar. Si él va a preparar 2 porciones, ¿qué parte de taza de azúcar necesitará?

2. Una docente está trabajando con sus estudiantes la representación de fracciones como el cociente de números enteros y les plantea la siguiente pregunta:

   "¿Cuántas fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ hay entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$?".

   ¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para brindar retroalimentación al estudiante de modo que reflexione sobre su afirmación?

   a) Presentar una recta numérica y pedir que ubique en ella las fracciones $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$. Luego, solicitar que ubique, en esta recta, las expresiones $\frac{5,1}{13}$; $\frac{5,2}{13}$; $\frac{5,3}{13}$ y fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$, cuyo numerador sea un número entero entre 5 y 8.

   b) Solicitar que determine la fracción que equivale a 5,1 y preguntar: "Al reemplazar la fracción que equivale a 5,1 en la expresión $\frac{5,1}{13}$, ¿qué fracción se obtendrá? ¿Será homogénea a $\frac{1}{13}$?". Luego, pedir que evalúe si las expresiones $\frac{5,2}{13}$ y $\frac{5,3}{13}$ son homogéneas a $\frac{1}{13}$.

   c) Preguntar a la clase: "¿Qué ejemplos de fracciones homogéneas a $\frac{1}{13}$ podrían compartir con su compañero?", de modo que el estudiante anote dichos ejemplos. Luego, solicitarle que seleccione aquellas fracciones que se encuentran entre $\frac{5}{13}$ y $\frac{8}{13}$, y comparta su respuesta con la clase.

3. Un docente tiene como propósito que sus estudiantes comprendan el significado del valor absoluto de números enteros.
¿Cuál de las siguientes acciones pedagógicas es pertinente para promover el logro de dicho propósito?

a) Entregar una ficha de trabajo que presente la expresión $\forall x \in \mathbb{Z},\ |x| = \begin{cases} x, \text{ si } x > 0 \\ 0, \text{ si } x = 0 \\ -x, \text{ si } x > 0 \end{cases}$

y que contenga ejercicios resueltos, en los que se ha hallado el valor absoluto de números enteros positivos, negativos y del cero. Luego, proponer que se guíen de estos ejercicios para resolver otros.

b) Proporcionar una recta numérica para que ubiquen en ella un número entero positivo y otro negativo. Luego, preguntar por la distancia que existe desde cada uno de esos números hasta cero. Después, pedir que traten de expresar una definición de valor absoluto considerando dichas distancias.

c) Pegar en la pizarra un cartel con el siguiente enunciado: "El valor absoluto de un número entero cualquiera es el número natural que resulta de prescindir del signo y de las barras que lo encierran". Luego, proponer que hallen |+9| y |-9| y preguntar por el resultado que se obtuvo en cada caso. Después, absolver dudas si las hubiera.

4. Un docente tiene como propósito que sus estudiantes resuelvan problemas que implican operaciones con números enteros. Para ello, como una de las actividades propuestas, plantea la siguiente pregunta:

"¿Qué entienden por la multiplicación de dos números?".

Una estudiante responde lo siguiente: "La multiplicación es una operación que consiste en repetir varias veces un número".

Luego el docente le pregunta: "¿Cómo entiendes la multiplicación de -3 x -4? ¿Cuántas veces se repetiría el número -3 en la multiplicación?".

¿Por qué la acción docente favorece la generación del conflicto cognitivo en la estudiante?

a) Porque cuestiona el significado de la multiplicación que asume la estudiante.
b) Porque promueve la participación de la estudiante en la actividad propuesta.
c) Porque le presenta un concepto nuevo a la estudiante, como la multiplicación de números enteros.

5. Luego de que los estudiantes han desarrollado actividades para construir la noción de número entero y sus operaciones, un docente pregunta a la clase:

   “¿Es cierto que, si se adiciona un número a otro, el resultado siempre es mayor que cada uno de los sumandos?”.

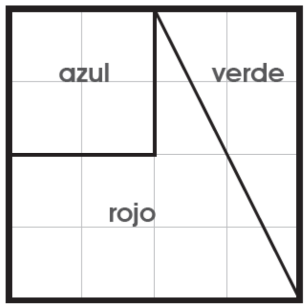
   Una estudiante alza la mano y afirma: “Sí, siempre que se suma un número con otro, el resultado que se obtiene es mayor”.

   Teniendo en cuenta la afirmación de la estudiante, ¿cuál de las siguientes acciones es pertinente para generar conflicto cognitivo?

   a) Solicitar que brinde un ejemplo que acompañe su afirmación. Luego, preguntar: “¿Por qué crees que, al sumar un número con otro, siempre el resultado es mayor que los sumandos? ¿Estás aplicando alguna propiedad? ¿Cuáles son las propiedades de la adición de números enteros?”.
   b) Entregar fichas azules, en las que cada una representa el número “+1”, y fichas rojas, en las que cada una representa el número “-1”. Luego, pedir que represente el número +5 utilizando fichas azules y, después, que represente el número -5 con fichas rojas.
   c) Pedir que encuentre el resultado de sumar +4 y -7. Luego, preguntar: “¿El resultado que se obtiene es mayor que cada uno de los sumandos? ¿En qué casos el resultado de una adición no es mayor que los sumandos?”.

6. En la Evaluación Censal de Estudiantes 2018, se propuso la siguiente pregunta:

   Se dibujó la siguiente bandera sobre papel cuadriculado.



   ¿Qué parte de la bandera es de color **rojo**?

   a $\frac{1}{8}$ de la bandera. b $\frac{1}{4}$ de la bandera.

   c $\frac{1}{3}$ de la bandera. d $\frac{1}{2}$ de la bandera.

   ¿Cuál de las siguientes tareas es **más** pertinente para favorecer la comprensión del significado de fracción implicado en la pregunta propuesta?

   a) Resolver problemas que involucren fracciones como parte-todo, con partes diferentes en su forma o tamaño.
   b) Resolver problemas que involucren fracciones que expresen medidas particulares de superficies.
   c) Resolver problemas que involucren fracciones como operador de magnitudes continuas.

Lea la siguiente situación y responda las preguntas 7 y 8.

Un docente planteó a los estudiantes de segundo grado la siguiente tarea:

Lee el siguiente enunciado:

"a y b son números racionales. Si a es un número positivo y b es un número negativo, entonces (a – b) es un número positivo".

Analiza si el enunciado es verdadero o falso, y explica por qué.

7. ¿Por qué la tarea propuesta es de **alta** demanda cognitiva?
   a) Porque la tarea requiere operar con números racionales, lo que implica un conocimiento más profundo de los conjuntos numéricos para validar el enunciado.
   b) Porque la tarea requiere una abstracción, pues implica operar con expresiones literales y no con números específicos para validar el enunciado.
   c) Porque la tarea exige analizar, mediante una estrategia, una expresión simbólica para validar el enunciado.
8. Ante la tarea planteada por el docente, la respuesta de un estudiante fue la siguiente: "Es falso porque no se puede saber si (a – b) es un número positivo o negativo; depende de los valores que toman a y b".
   ¿Cuál de las siguientes alternativas explicaría el error del estudiante?

   a) Asocia las variables a y b únicamente con los números positivos y, por esta razón, no considera que, en este caso, −b representa a un número positivo.
   b) Desconoce las propiedades de las desigualdades para determinar si la expresión (a – b) es mayor o menor que cero, razón por la cual no puede generalizar.
   c) Considera que la sustracción siempre implica disminución, razón por la cual abre la posibilidad de que el resultado sea también negativo.

9. Una docente percibe que muchos estudiantes piensan que una fracción es un número que expresa una cantidad determinada de partes o elementos que se toman respecto de una unidad dividida en partes iguales.
   Ante esto, la docente busca generar conflicto cognitivo en estos estudiantes. ¿Cuál de las siguientes preguntas es pertinente para ello?

   a) ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre una parte y la cantidad total de elementos del mismo conjunto, por ejemplo, la fracción que representa la cantidad de manzanas respecto de la cantidad de frutas de un cesto en el que hay manzanas y naranjas?
   b) ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre una y otra parte del mismo conjunto, por ejemplo, la fracción que representa la cantidad de varones respecto de la cantidad de mujeres de un aula?
   c) ¿Cómo explicarían el caso en el que se solicita determinar la relación entre las partes no tomadas y el total, por ejemplo, la fracción que representa la parte sobrante respecto de la barra completa de un chocolate?

10. En enero, una empresa inició sus actividades con cierta cantidad de personal contratado. En julio del mismo año, la empresa contrató a una cantidad adicional de personas igual a la mitad del total de los contratados en enero. Se sabe que, por apertura de una segunda sede de la empresa, al cabo de tres meses, la tercera parte del total de los trabajadores contratados ese año se trasladarán a esta nueva sede.

    Con respecto a la cantidad de trabajadores que permanecerán en la primera sede, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

    a) La cantidad de trabajadores que se mantendrá será menor que la que se contrató en el mes de enero.
    b) La cantidad de trabajadores que se quedará será la misma que la que se contrató en el mes de enero.
    c) La cantidad de trabajadores que permanecerá será mayor que la que se contrató en el mes de enero.

11. Una docente pide que los estudiantes de cuarto grado determinen en cuál o cuáles de los conjuntos numéricos (enteros, racionales, irracionales o reales), excluyendo al cero como divisor, la división cumple la siguiente propiedad:

    La propiedad de clausura se cumple cuando al realizar una operación matemática con dos números cualquiera que pertenecen a cierto conjunto numérico, el resultado de dicha operación es un número que siempre pertenece al mismo conjunto.

    Tres estudiantes contestan. ¿Quién responde correctamente?

    a) Carmen dice: “En dos conjuntos: en el conjunto de números racionales y en el de números reales”.
    b) Gloria dice: “Únicamente en el conjunto de números reales; no en los otros conjuntos numéricos mencionados”.
    c) Marco dice: “En el conjunto de números enteros, en el de los racionales, en el de los irracionales y, también, en el de los reales”.

12. En una sesión en la que los estudiantes de primer grado resuelven problemas que involucran operaciones con números enteros, la docente les planteó el siguiente problema:

> Juana es comerciante y dispone de 1200 soles para invertir en la compra de zapatos. Ella preselecciona las ofertas de dos proveedores por el mismo tipo de zapatos. Luego, decide invertir los 1200 soles comprándole al proveedor que le ofreció 10 pares de zapatos más que el otro.
>
> Si el proveedor le entregó, en total, 50 pares de zapatos por los 1200 soles, determina la cantidad de soles que ahorró en cada par de zapatos, en comparación con lo ofrecido por el otro proveedor.

Para dar respuesta al problema, tres estudiantes plantearon distintas expresiones. ¿Quién propuso una expresión correcta?

a) Alberto planteó: $\frac{1200}{50} - \frac{1200}{50-10}$

b) Bianca planteó: $\frac{1200}{50} - \frac{1200}{50+10}$

c) Luz planteó: $\frac{1200}{50-10} - \frac{1200}{50}$

13. Una docente pidió a los estudiantes que formulen un problema que en su proceso de resolución requiera efectuar la siguiente multiplicación:

$$4\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$$

Entre los siguientes problemas formulados por tres estudiantes, ¿cuál corresponde a lo requerido por la docente?

a) Delia pintará un muro rectangular que tiene $4\frac{1}{2}$ metros de largo y $\frac{3}{4}$ de metro de altura. ¿Cuánto es el área del muro que pintará Delia?

b) Zenón ha preparado $4\frac{1}{2}$ litros de chicha y quiere colocar toda esa chicha en botellas de $\frac{3}{4}$ de litro. ¿Cuántas botellas de $\frac{3}{4}$ de litro llenará Zenón?

c) Un caño, con un caudal constante, llena un tanque vacío en $4\frac{1}{2}$ horas. Si se usa el caño con $\frac{3}{4}$ del caudal, ¿cuánto tardará en llenarse el tanque vacío?

14. Una docente de tercer grado tiene como propósito promover el conocimiento de los diferentes significados de la fracción. Por ello, bosqueja la siguiente situación:

María, Juan y Carlos reciben como regalo una barra de chocolate cada uno. Las barras de chocolates que recibieron son iguales entre sí.

Esta situación debe completarse añadiendo datos y una pregunta para abordar el significado de la fracción como operador, que es aquella que transforma una cantidad mediante una relación multiplicativa. ¿Cuál de las siguientes alternativas es **más** adecuada para ello?

a) Carlos guardó 1/4 de su chocolate, Juan guardó 1/3 de su chocolate y María guardó 1/6 de su chocolate. ¿Quién guardó una fracción mayor de chocolate? Explica tu respuesta.

b) Carlos comió 1/4 de su chocolate, Juan comió 1/3 de su chocolate y María comió 1/6 de su chocolate. Si cada chocolate tiene 120 gramos, ¿cuántos gramos de chocolate comió cada uno? Explica tu respuesta.

a) Carlos invitó 1/4 de su chocolate a 6 amigos, Juan invitó 1/3 del suyo a 8 amigos y María invitó 1/6 a 4 amigos. ¿A qué parte de un chocolate equivale lo que invitaron, en total, los tres estudiantes? Explica tu respuesta.

15. Uno de los propósitos de una sesión de aprendizaje es promover la comprensión de los estudiantes de cuarto grado sobre los números irracionales. En ese marco, el docente les comenta que, en la actividad escolar y cotidiana, se utilizan de diversas maneras algunos números irracionales, como el número π. Luego, dialogan acerca del número π.

Entre las siguientes afirmaciones de tres estudiantes, ¿cuál expresa una comprensión del número π como un **número irracional**?

c) Bernardo dice: “Sabemos que el número π es un número decimal y vale 3,14. Con este valor se puede calcular el área exacta de una zona circular”.

d) Adela dice: “Si medimos el contorno y el diámetro de un objeto circular, y luego dividimos la primera medida entre la segunda, obtenemos el número π”.

e) Catalina dice: “Yo sé que el número π es imposible obtenerlo por medio de una división de un número entero entre otro número entero distinto de cero”.